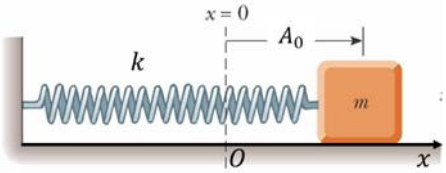
Subiectul 1. *Amortizare cu frecare la alunecare*



Un resort ideal, cu constanta elastică k, are un capăt fixat de un perete vertical, iar la celălalt capăt este prins un corp, cu masa m, care se deplasează pe o suprafață orizontală, în lungul axei Ox, ca în figură.

a) ***Neglijăm frecările***. Corpul este deplasat pe o distanță A_0 față de poziția de echilibru și apoi este eliberat. Acesta va efectua oscilații armonice de-a lungul axei Ox.

i) Scrie ecuația mișcării (principiul fundamental al dinamicii), legea de mișcare, legea vitezei și expresia perioadei de oscilație pentru corpul de masă m.

ii) Reprezintă, pe același grafic, în funcție de elongația x, energia potențială $E_p(x)$, energia cinetică $E_c(x)$ și energia totală $E(x)$.

iii) Reprezintă grafic viteza mobilului, v, în funcție de elongația x. Consideră v în unități ωA_0, iar x în unități A_0.

b) ***Ia acum în considerare și frecarea la alunecare***. Coeficientul de frecare la alunecare este egal cu coeficientul de frecare statică și are valoarea μ.

i) Care este alungirea maximă, A_s, a resortului pentru care corpul rămâne în repaus?

ii) Corpul este deplasat în sensul pozitiv al axei Ox pe o distanță A_0, suficient de mare pentru a efectua mai multe treceri prin originea sistemului de axe, și apoi este eliberat. Scrie ecuația de mișcare, legea de mișcare și legea vitezei până la prima oprire a acestuia.

iii) Determină coordonata, A_1, la care corpul se va opri prima dată (primul punct de întoarcere).

iv) Care este durata mișcării de la A_0 la A_1?

v) Determină coordonata, A_2, la care corpul se va opri a doua oară (al doilea punct de întoarcere).

vi) Scrie legea de mișcare pentru deplasarea corpului de la A_1 până la A_2 și expresia duratei acesteia.

vii) Dacă $A_0 = nA_s$, prin câte puncte de întoarcere va trece corpul până la oprirea sa definitivă?

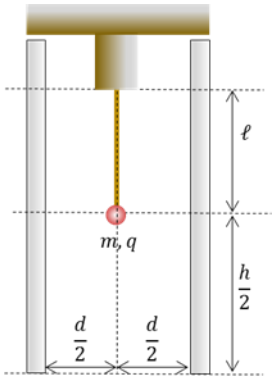
c) În condițiile de la punctul **b)** (cazul mișcării cu frecare) consideră acum că $A_0 = 10A_s$. Pentru mișcarea de la A_0 până la ultimul punct de întoarcere:

i) reprezintă grafic elongația în funcție de timp, $x(t)$;

ii) reprezintă, pe același grafic, energia potențială $E_p(x)$, energia cinetică $E_c(x)$ și energia totală $E(x)$;

iii) reprezintă grafic $v(x)$.

Subiectul 2. *Bila jucăușă!*



Considerăm două plăci plan paralele, verticale, așezate la distanța d una de alta (un condensator plan). Plăcile sunt fixate rigid. Fiecare placă are înălțimea h și aria $A \gg d^2$. Se neglijează forțele de rezistență, forțele magnetice precum și efectele de margini.

a) O mică bilă metalică, cu masa m și sarcina electrică q este suspendată printr-un fir de lungime ℓ care este legat de un suport rigid. Când condensatorul nu este încărcat, bila metalică se află în centrul acestuia (vezi desenul). Dacă se aplică între plăci o tensiune constantă U_0, firul face un unghi θ_0 cu verticala atunci când bila se află în echilibru. Se consideră cunoscute h, d, ℓ, m, q.

i) Determină θ_0 în funcție de mărimile considerate cunoscute și g.

b) Bila este apoi ridicată până când firul întins formează cu verticala unghiul θ un pic mai mare decât θ_0. Bila metalică este eliberată din repaus.

ii) Arată că mișcarea rezultantă este oscilatorie armonică și exprimă perioada T de oscilație în funcție de mărimile date în problemă și constante fundamentale.

---

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerinţele a, b, respectiv c.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

iii) Exprimă perioada T în funcție de perioada de oscilație T_0 în absența câmpului electric și unghiul θ_0.

c) Când bila se află în repaus în poziția de echilibru firul este tăiat.

iv) Care este valoarea maximă a tensiunii U_0 pentru care bila nu atinge plăcile înainte de ieșirea din condensator? Exprimă rezultatul numai în funcție de mărimile date și constante universale

d) Presupune acum că bila este lăsată liber, din repaus, dintr-un punct situat în centrul condensatorului, la momentul $t = 0$. Se aplică, între plăci, o tensiune alternativă $u(t) = U_0 \sin \omega t$.

v) Determină legea vitezei și legea de mișcare a bilei pe axa Ox perpendiculară pe plăcile condensatorului.

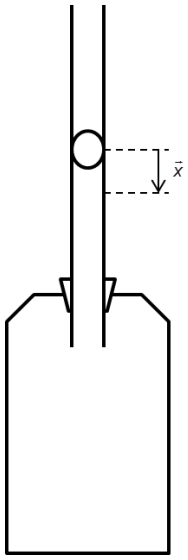
vi) Pentru ce valori ale pulsației ω bila nu va atinge niciuna dintre plăci înainte de a ieși (sub influența greutății) afară din regiunea dintre plăci? Consideră doar două scenarii: $g \gg h\omega^2$ sau $g \ll h\omega^2$. Exprimă rezultatul în funcție de mărimile considerate cunoscute și constante universale.

vii) Stabilește relația dintre cele două pulsații aflate la punctul anterior.

Dacă este necesar poți folosi $\sin x \approx x - \frac{1}{6}x^3$, *pentru* $x \ll 1$. *Ecuația diferențială* $\frac{dx}{dt} = a_m \sin \omega t$ *admite o soluție de forma* $x(t) = x_0 - \frac{a_m}{\omega}\cos \omega t$. *Forța care acționează asupra unei sarcini electrice q, aflată în câmpul electrostatic cu intensitatea E, este data de* $F = q \cdot E$. *Intensitatea câmpului electric dintre armăturile unui condensator plan, aflate la distanța d una de alta și între care diferența de potențial este U, este* $E = U/d$.

Subiectul 3.

O metodă de determinare a exponentului adiabatic, $\gamma = C_p/C_V$ a fost propusă de fizicianul german Eduard Rüchhardt. Dispozitivul experimental constă dintr-un vas de sticlă închis cu un dop din cauciuc prin care trece un tub vertical subțire. În tubul vertical se introduce o bilă din oțel cu diametrul egal cu diametrul interior al tubului, care se poate mișca foarte ușor. În poziția de echilibru bila închide un volum de gaz V la presiunea p. Bila se apasă puțin și apoi se eliberează. Se neglijează frecările.



a) Demonstrează că, pentru deplasări foarte mici, bila va efectua o mișcare oscilatorie armonică.

Se cunosc V, p, masa bilei m și aria secțiunii transversale măsurate în interiorul tubului vertical S. *Dacă este necesar poți folosi aproximația* $(1 + x)^n \approx 1 + nx$, *dacă* $x \ll 1$.

b) Exprimă perioada de oscilație în funcție de mărimile cunoscute și exponentul adiabatic al gazului din interior.

Într-un experiment s-a utilizat o bilă cu masa $m = 16{,}5$ g, un tub cu diametrul $d = 16$ mm, un vas care la echilibru închide un volum $V = 11{,}5$ L de gaz la presiunea $p = 102$ kPa. S-au obținut următoarele valori pentru intervalul de timp în care bila efectuează 10 oscilații:

Nr. det.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Δt(s)	11,5	11,7	11,7	11,1	12,0	11,9	11,6	11,0	11,5	11,2

Nr. det.	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Δt(s)	11,5	11,8	11,4	11,5	11,5	11,5	11,6	11,7	11,3	11,5

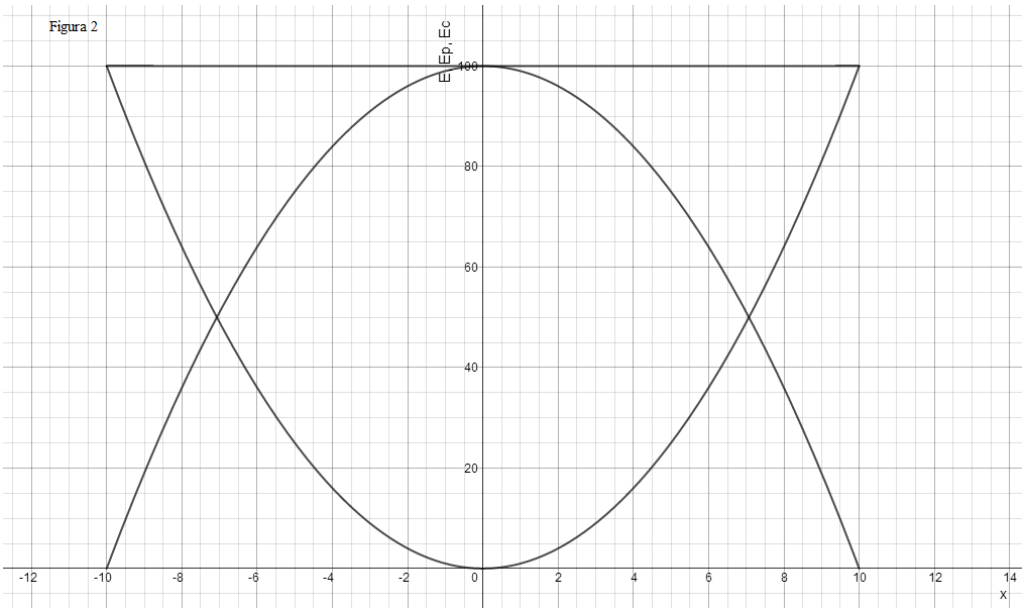
c) Calculează perioada medie de oscilație a bilei.

d) Utilizând valorile cunoscute determină exponentul adiabatic al gazului din vas.

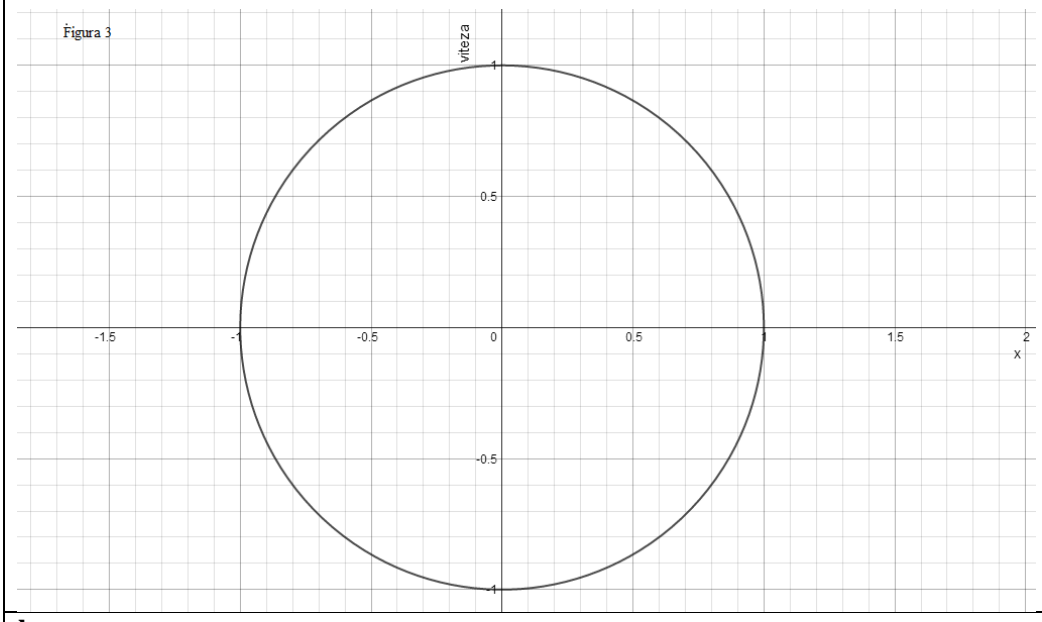
e) Enumeră principalele surse de erori.

Subiect propus de:
Prof. Viorel Solschi, CN „Mihai Eminescu”, Satu-Mare
Prof. dr. Constantin Corega, CN „Emil Racoviță”, Cluj-Napoca,
Prof. Ion Toma, CN „Mihai Viteazu”, București

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele a, b, respectiv c.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

Subiect 1. ***Amortizare cu frecare la alunecare***	**Parţial**	**Punctaj**
Barem subiect 1		**10**
a.	**2,25**	
i) Ecuația mișcării este: $m\frac{d^2x}{dt^2}+kx=0$. (1) Această ecuație are soluții de forma $x(t)=A\cos(\omega t+\varphi_0)$. Legea vitezei este $v(t)=-\omega A\sin(\omega t+\varphi_0)$. Din condițiile inițiale: $x(0)=A_0$ și $v(0)=0$ se obține $\varphi_0=0$ și $A=A_0$. Deci, pentru acest caz, obținem: legea de mișcare: $x(t)=A_0\cos\omega t$, . (2) iar legea vitezei: $v(t)=-\omega A_0\sin\omega t$. (3) Expresia perioadei este: $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$. (4)	0,25 0,25 0,25 0,25	
ii) În mișcarea oscilatorie armonică expresiile energiilor sunt: $E_p=\frac{1}{2}kx^2$, (5) $E=\frac{1}{2}kA_0^2$ (6) și $E_c=E-E_p=\frac{1}{2}kA_0^2-\frac{1}{2}kx^2$. (7)  Graficul, în unități arbitrare, este un arc de parabola cu vârful în sus pentru E_c, un segment de dreaptă paralel cu abscisa pentru E) și un arc de parabolă cu vârful în origine pentru E_p. (vezi figura 2).	0,5	**2,25**

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

iii) Eliminând timpul din legea de mișcare (2) și legea vitezei (3) obținem: $\frac{x^2}{A_0^2}+\frac{v^2}{\omega^2 A_0^2}=1$. (8) În unități A_0 pentru elongație și ωA_0 pentru viteză relația devine: $x^2+v^2=1$ (9) Graficul este un cerc de rază unitate. (vezi figura 3)  	0,75	
b.	**3,75**	
i) Corpul rămâne în repaus atâta timp cât forța elastică nu compensează forța de frecare la alunecare. Pentru alungirea maximă, A_s, a resortului se poate scrie relația: $kA_s=\mu mg$. Rezultă că $A_s=\frac{\mu mg}{k}$. (10)	0,25	**3,75**
ii) Corpul pornește de la A_0 și se deplasează în sensul negativ al axei Ox. Asupra corpului acționează forța elastică $\vec{F}_{el}=-k\vec{x}$ și forța de frecare la alunecare $F_f=\mu mg$ orientată în sensul pozitiv al axei. Ecuația mișcării este: $m\frac{d^2x}{dt^2}+kx-\mu mg=0$. (11) Ecuația se poate scrie și sub forma $m\frac{d^2x}{dt^2}+k(x-\frac{\mu mg}{k})=0$, deci $m\frac{d^2x}{dt^2}+k(x-A_s)=0$. Facem schimbarea de variabilă $x_1=x-A_s$. Derivatele de ordinul 1 și 2 ale lui x_1 coincid cu derivatele de același ordin ale lui x. Ecuația de mișcare devine $m\frac{d^2x_1}{dt^2}+kx_1=0$, specifică unei mișcări armonice. Această ecuație	0,25	

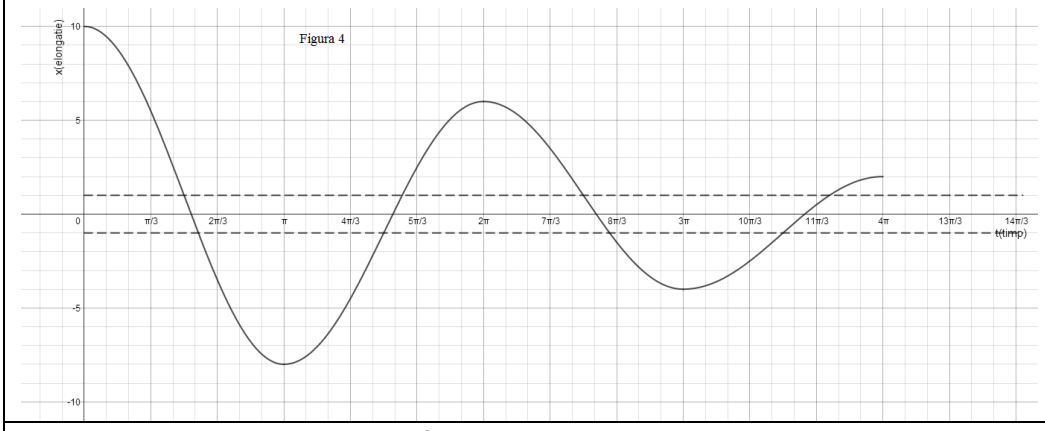
1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

are soluții de forma $x_1(t) = A\cos(\omega t + \varphi_0)$, deci $x(t) = x_1(t) + A_s = A\cos(\omega t + \varphi_0) + A_s$ Expresia vitezei este $v(t) = -\omega A\sin(\omega t + \varphi_0)$. Din condițiile inițiale $x(0) = A_0$ și $v(0) = 0$ se obține $\varphi_0 = 0$ și $A = A_0 - A_s$. Legea de mișcare va fi $x = (A_0 - A_c)\cos\omega t + A_s$, (12) iar legea vitezei $v = -\omega(A_0 - A_c)\sin\omega t$, (13) unde $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$. (14)	0,5 0,25 0,25	
iii) *Varianta 1.* Valorile extreme ale elongației se ating pentru valorile extreme ale funcției cosinus. Pentru $\cos\omega t = 1$ obținem $x = (A_0 - A_s) + A_s = A_0$ care este poziția de plecare, iar pentru $\cos\omega t = -1$, $x = -(A_0 - A_s) + A_s = -A_0 + 2A_s$, deci $A_1 = -A_0 + 2A_s$. (15) *Varianta 2.* Corpul a pornit de la A_0 și s-a deplasat până într-un punct de coordonată x. Energia sistemului în punctul de coordonată x este: $E(x) = E_c(x) + E_p(x) = k\frac{A_0^2}{2} - \mu mg(A_0 - x)$. $E_c(x) = k\frac{A_0^2}{2} - k\frac{x^2}{2} - kA_s(A_0 - x) = \frac{k}{2}(A_0 - x)(A_0 + x - 2A_s)$. (16) Corpul se oprește, deci energia lui cinetică este nulă. Soluțiile sunt: $x = A_0$ (punctul de pornire) și $x = -A_0 + 2A_s$. Rezultă că prima oprire are loc la : $A_1 = -A_0 + 2A_s$.	0,25	
iv) Mișcarea se desfășoară cu pulsația $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, deci perioada mișcării oscilatorii armonice este $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$. Corpul descrie mișcarea într-un singur sens, deci $\Delta t_1 = \frac{T}{2} = \pi\sqrt{\frac{m}{k}}$. (17)	0,25	
v) Pentru a determina coordonata celui de-al doilea punct de întoarcere putem proceda ca la punctul ***iii)***. O altă variantă de rezolvare se obține plecând de la observația că disiparea de energie se datorează numai forței de frecare la alunecare: $k\frac{\lvert A_1\rvert^2}{2} - k\frac{\lvert A_2\rvert^2}{2} = \mu mg(\lvert A_1\rvert + \lvert A_2\rvert)$. Rezolvând ecuația și ținând cont că al doilea punct de întoarcere este la dreapta originii axei Ox, deci $A_2 > 0$ obținem: $A_2 = \lvert A_2\rvert = \lvert A_1\rvert - 2A_c = A_0 - 4A_c$. (18)	0,25	

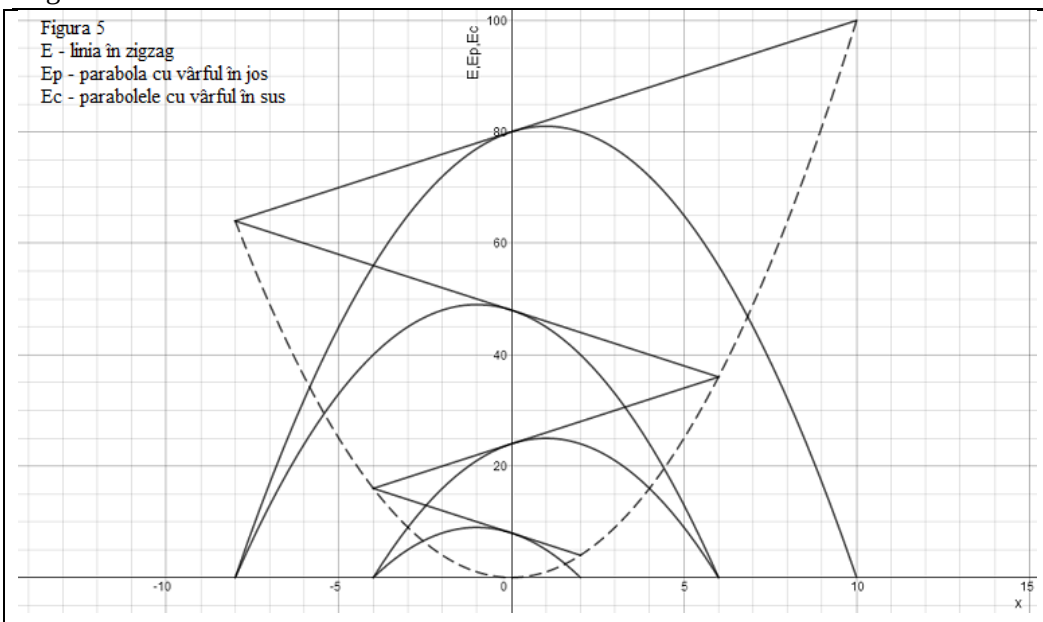
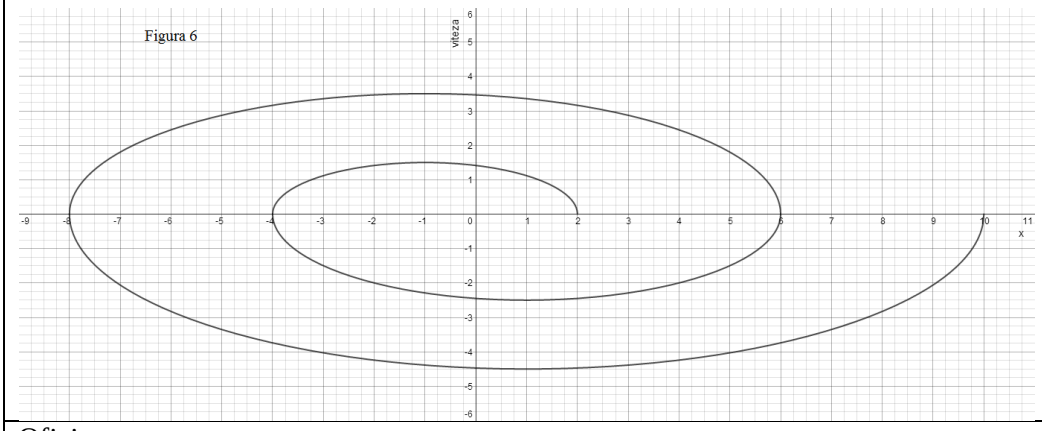
1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

vi) Corpul se deplasează în sensul pozitiv al axei ox. Asupra sa vor acționa forța elastică și forța de frecare la alunecare, care au ambele același sens. Ecuația de mișcare va fi $m\frac{d^2x}{dt^2}+k(x+A_s)=0$. Procedând ca în cazul anterior, cu schimbarea de variabilă $x_1=x+A_s$, se obține din nou ecuația $m\frac{d^2x_1}{dt^2}+kx_1=0$. Soluția este: $x(t)=x_1(t)-A_s=A\cos(\omega t+\varphi_0)-A_s$. Momentul inițial al acestei mișcări este momentul părăsirii poziției situate la distanța A_1 de origine, deci: $x(0)=A_1$ și $v(0)=0$. Se obțin relațiile: $x(t)=(-A_0+3A_s)\cos\omega t-A_s$ (19) și $v(t)=-(-A_0+3A_s)\omega\sin\omega t$. Deoarece pulsația mișcării este aceeași, rezultă că această miscare va dura $\Delta t_2=\pi\sqrt{\frac{m}{k}}=\Delta t_1$. (20) Vom nota acest interval de timp cu Δt.	0,5 0,25	
vii) Se observă că fiecare punct de întoarcere este mai aproape de originea axei cu $2A_s$. Pentru ca mișcarea să pornească din punctul A_n, acesta trebuie să fie la o distanță mai mare decât A_s. față de originea axei. $\lvert A_1\rvert=A_0-2A_s$ $\lvert A_2\rvert=\lvert A_1\rvert-2A_s$ .Rezultă că $\lvert A_n\rvert=A_0-2nA_s>A_s$. Deci $n<\frac{\frac{A_0}{A_s}-1}{2}$. (21) ..... $\lvert A_n\rvert=\lvert A_{n-1}\rvert-2A_s$	0,75	

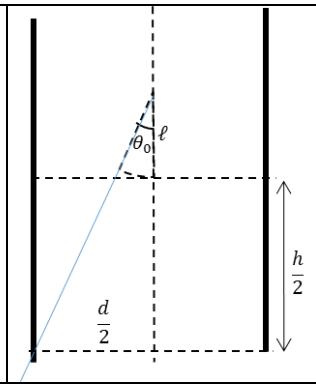
1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

c.	**3**	
i) Din legile de mișcare (12) și (19) se observă că mobilul va descrie o succesiune de semicosinusoide. Pentru mișcările efectuate în sensul negativ al axei acestea vor fi centrate la A_s iar pentru cele în sens pozitiv la $-A_s$. Distanțele maxime față de origine scad cu un pas de $2A_s$, iar durata pentru fiecare mișcare este Δt. Pentru $A_0 = 10A_c$, $n < 4{,}5$ deci vor fi patru puncte de întoarcere (vezi figura 4). 	1	
ii) Energia potențială $E_p = k\frac{x^2}{2}$ este reprezentată prin parabola cu vârful în originea. Energia totală scade, prin disiparea sa de către forța de frecare, proporțional cu distanța parcursă de corp și este reprezentată prin linia frântă care coboară de la $k\frac{A_0^2}{2}$ până la $k\frac{A_4^2}{2}$. Energia cinetică este descrisă de o funcție de gradul II (16) pentru fiecare mișcare dintre două puncte de întoarcere. Aceasta are valoarea zero în punctele de întoarcere, este egală cu energia totală la trecerea prin origine și are maximele situate la A_s pentru mișcările în sensul negativ al axei și la $-A_s$ pentru mișcările în sensul pozitiv. Aceasta este reprezentată prin cele patru arce de parabolă cu vârful în sus. (vezi figura 5)		**3**

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

	1	
iii) Eliminând timpul din relațiile (12) și (13) obținem: $\frac{(x-A_S)^2}{(A_0-A_S)^2}+\frac{v^2}{\omega^2(A_0-A_S)^2}=1$ care este ecuația unei elipse cu centrul în punctul de coordonate $x=A_S$ și $v=0$. Semiaxele sunt A_0-A_S și $\omega(A_0-A_S)$. În mod analog se procedează pentru următoarele deplasări. La deplasările în sensul pozitiv al axei Ox centrul elipsei va avea coordonatele $(-A_S,0)$. (vezi figura 6). 	1	
Oficiu		**1**

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Subiect 2.				10 p
a)	*i)*	Intensitatea câmpului electric dintre armături este: $E + U/d$.		1
		Asupra bilei acționează trei forțe $G = mg$, forța electrică $F_e = qE$ și tensiunea din fir		
		La echilibru	$\tan\theta_0 = \frac{F_e}{mg} = \frac{qU_0}{mgd}$	
b)	*ii)*	Mișcarea se efectuează sub acțiunea greutății aparente	$G_{ap} = \sqrt{G^2 + F_e^2}$	1,5
		Un pendul simplu oscilează liber cu perioada:	$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$	
		În cazul problemei înlocuim	$g \to g_{ap} = \sqrt{g^2 + \left(\frac{qU_0}{md}\right)^2}$	
		și obținem	$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}\left(1 + \left(\frac{qU_0}{mgd}\right)^2\right)^{-1/4}$	
	iii)		$T = T_0\sqrt{\cos\theta_0}$	1
c)	*iv)*	După tăierea firului, bila se va mișca în linie dreaptă pe direcția firului. $\frac{d}{2} = \left(\ell + \frac{h}{2}\right)\tan\theta_0$ $U_0 = \frac{mgd^2}{(2\ell + h)q}$		1
d)	*v)*	Pe orizontală (axa Ox) asupra bilei va acționa forța	$F_e = \frac{qU_0}{d}\sin\omega t$	2
		care determină accelerația	$a_x = \frac{qU_0}{md}\sin\omega t$	
		Cum la $t = 0$, $v_0 = 0$ viteza bilei pe ax Ox va fi	$v_x = \frac{qU_0}{\omega md}(1 - \cos\omega t)$	
		Legea de mișcare pe axa Ox, ținând cont că $x(0) = 0$ este	$x(t) = \frac{qU_0}{\omega md}\left(t - \frac{1}{\omega}\sin\omega t\right)$	
	vi)	Când bila atinge una dintre plăci	$x(t) = \frac{d}{2}$	2
		unde t se exprimă din căderea pe verticală	$t = \sqrt{\frac{h}{g}}$	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

		Pentru limita $g \ll h\omega^2$ neglijăm $1/\omega$ față de $\sqrt{gh}$, $\frac{md^2\omega}{2qU_0} = \sqrt{\frac{g}{h}}, \omega_1 = \frac{2qU_0}{md^2}\sqrt{\frac{g}{h}}$	
		Pentru limita $g \gg h\omega^2$ aproximăm $\sin\omega t \approx \omega t - \frac{1}{6}(\omega t)^3$ și rezolvăm ecuația: $\frac{md^2\omega}{2qU_0} = \frac{1}{6}\omega^2 t^3, \omega_2 = \frac{3md^2}{qU_0}\sqrt{\frac{h^3}{g^3}}$	
	vii)	$\omega_1 \cdot \omega_2 = 6\frac{h}{g}$	0,5
	Oficiu		1

Subiect 3	**Parţial**	**Punctaj**
Barem subiect 3		**10**
a) Presupunem că bila a fost deplasată pe o distanță mică, x, din poziția de echilibru. Din relația $V\Delta p + \gamma p\Delta V = 0$ se obține $\Delta p = -\frac{\gamma p}{V}\Delta V$ unde $\Delta V = Sx = \frac{\pi d^2}{4}x$. Asupra bilei va acționa o forță de revenire $F = \Delta pS = -\frac{\gamma p}{V}S^2 x$. Această este o forță de tip elastic cu constanta elastică echivalentă $k = \frac{\gamma p}{V}S^2$. Deci bila va efectua o mișcare oscilatorie armonică.	2	**9**
b) Perioada de oscilație este $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{mV}{\gamma pS^2}} = \frac{2\pi}{\pi\frac{d^2}{4}}\sqrt{\frac{mV}{\gamma p}} = \frac{8}{d^2}\sqrt{\frac{mV}{\gamma p}}$.	1,5	
c) Utilizând valorile din tabel se obține valoarea medie a perioadei: $T = 1{,}15\,\text{s}$.	2	
d) Din expresia perioadei rezultă $\gamma = \frac{64mV}{T^2 d^4 p}$. Utilizând valorile cunoscute se găsește valoarea $\gamma = 1{,}37$, apropiată de valoarea utilizată pentru un gaz biatomic.	2	
e) Surse de erori: - datorită frecărilor oscilațiile sunt amortizate, cu pulsația $\omega \neq \omega_0$; - transformarea nu este chiar adiabatică; - gazul nu este ideal (nu respectă exact legile gazelor ideale, valoarea lui γ depinde de temperatură, etc.); - există pierderi de gaz pe lângă bilă (în unele variante ale experimentului rezervorul este prevăzut cu un robinet prin care se poate înlocui gazul pierdut).	1,5	
Oficiu		**1**

Barem propus de:
Prof. Viorel Solschi, CN „Mihai Eminescu”, Satu-Mare
Prof. dr. Constantin Corega, CN „Emil Racoviță”, Cluj-Napoca,
Prof. Ion Toma, CN „Mihai Viteazu”, București

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.