



S.S.M.R - FILIALA MUREȘ

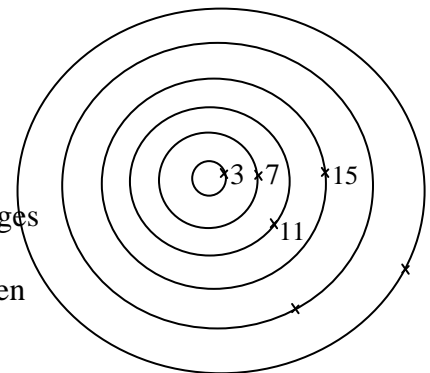
Olimpiada de matematică**Faza locală 13.02.2015****Clasa a V-a****1. THEMA**

Berechne: $a = \left\{ 2^3 \cdot 5^2 + (25^{50} : 5^{99} + 2^2 \cdot 3) \cdot 5^2 \right\} : 5^3 + 2^7 + 11^{1991} : (11^2)^{995} \} : (3^3 + 3^2)$

2. THEMA

Auf den Kreisen aus der Abbildung sind die Zahlen 3,7,11,15,..... gestellt.

- Schreibt die Zahlen die man auf die folgenden zwei Kreisen stellen muß
- Bestimmt die Zahl die man auf den 2015-ten Kreis stellen muß
- Zeigt, dass die Zahl welche auf den 2015-ten Kreis liegt, kein vollständiges Quadrat ist.
- Berechne die Summe der Zahlen, welche sich auf den ersten 2015 Kreisen befinden.

**3. THEMA**

Bestimme die zweistellige oder dreistellige Zahlen, welche bei der Division durch 13 den Quotienten a und den Rest b ergeben und bei der Division durch 11 den Quotienten b und den Rest a ergeben.

4. THEMA

Von den Zahlen 2^{213} und 3^{142} multipliziert man die größte Zahl mit 24 und die kleinste Zahl mit 18. Zeige, dass die Differenz der erhaltenen Zahlen teilbar durch 72 ist.

Notă. Toate problemele sunt obligatorii.

Fiecare problemă se notează de la 0 la 7 puncte.

Timp de lucru 2 ore.

S.S.M.R - FILIALA MUREȘ

Olimpiada de matematică
Faza locală 13.02.2015
Clasa a V-a
Bareme de corectare

SUBIECTUL I

Calculați:

$$a = \left\{ 2^3 \cdot 5^2 + (25^{50} : 5^{99} + 2^2 \cdot 3) \cdot 5^2 \right\} : 5^3 + 2^7 + 11^{1991} : (11^2)^{995} : (3^3 + 3^2)$$

Soluție:

$$a = \left\{ 8 \cdot 25 + (5 + 12) \cdot 25 \right\} : 5^3 + 2^7 + 11 : (36) \dots \dots \dots 2p$$

$$\{ (8 \cdot 25 + 17 \cdot 25) : 5^3 + 2^7 + 11 \} : 36 \dots \dots \dots 1p$$

$$\{ (25 \cdot 25) : 5^3 + 128 + 11 \} : 36 \dots \dots \dots 2p$$

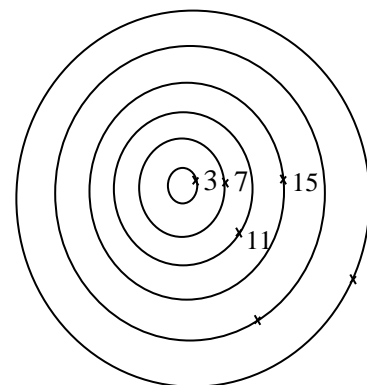
$$\{ 5 + 128 + 11 \} : 36 \dots \dots \dots 1p$$

$$144 : 36 = 4 \dots \dots \dots 1p$$

SUBIECTUL II

Pe cercurile din figură sunt așezate numerele 3, 7, 11, 15,

- Scrieți numerele ce urmează a fi așezate pe următoarele două cercuri;
- Să se determine numărul ce trebuie așezat pe al 2015 – lea cerc;
- Să se arate că numărul de pe cerul al 2015 – lea, nu este pătrat perfect;
- Să se calculeze suma numerelor de pe primele 2015 cercuri.



Soluție:

$$a) 19, 23 \dots \dots \dots 2 p$$

$$b) \text{ Numerele de pe cercuri sunt de forma } 4k + 3 \text{ deci, pe al } 2015 - \text{ lea cerc este } 4 \cdot 2014 + 3 = 8059 \dots \dots \dots 2p$$

$$c) \text{ Numărul de pe al } 2015 - \text{ lea cerc este cuprins între două pătrate consecutive } 89^2 < 8059 < 90^2$$

$$\text{Sau: nr. de forma } 4k + 3 \text{ nu sunt pătrate perfecte.} \dots \dots \dots 1p$$



$$d) S = 4 \cdot 0 + 3 + 4 \cdot 1 + 3 + 4 \cdot 2 + 3 + \dots + 4 \cdot 2014 + 3 = 4 \cdot (0 + 1 + 2 + 3 + \dots + 2014) + 3 \cdot 2015 =$$

$$= 2014 \cdot 2015 \cdot 2 + 3 \cdot 2015 = 2015 \cdot 4031 = 8122465 \dots \dots \dots 2p$$

SUBIECTUL III

Să se determine numerele formate din două sau trei cifre care împărțite la 13 dau câtul a și restul b și împărțite la 11 dau câtul b și restul a .

Rezolvare:

Fie A numărul căutat, atunci: $A = 13a + b, b \leq 12$ 1p

și $A = 11b + a, a \leq 10$ 1p

De unde $13a + b = 11b + a \Rightarrow 6a = 5b,$ 2p

deci $a \in \{5, 10\}$ și $b \in \{6, 12\}$ 2p

Numerele căutate sunt: 71 și 142.1p

SUBIECTUL IV

Dintre numerele 2^{213} și 3^{142} numărul mai mare se înmulțește cu 24 iar numărul mai mic se înmulțește cu 18. Arătați că diferența numerelor astfel obținute este divizibilă cu 72.

Rezolvare:

Comparăm cele două numere:

$$2^{213} = 2^{3 \cdot 71} = (2^3)^{71} = 8^{71} \text{ iar} \dots \dots \dots 1p$$

$$3^{142} = 3^{2 \cdot 71} = (3^2)^{71} = 9^{71}, \dots \dots \dots 1p$$

deci 3^{142} este mai mare.

$$3^{142} \cdot 24 - 2^{213} \cdot 18 = \dots \dots \dots 2p$$

$$3^{142} \cdot 2^3 \cdot 3 - 2^{213} \cdot 2 \cdot 3^2 =$$

$$3^{143} \cdot 2^3 - 2^{214} \cdot 3^2 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot (3^{141} - 2^{211}) = \dots \dots \dots 2p$$

$$72 \cdot (3^{141} - 2^{211}) \dots \dots \dots 1p$$

Se punctează orice rezolvare corectă diferită de cea din barem