**Olimpiada Națională de Matematică- etapa locală**

**15 februarie 2015-PITEȘTI**

**Clasa a VIII-a**

**SUBIECTE:**

**1.** Demonstraţi că produsul a patru numere naturale consecutive nenule, poate fi scris ca diferenţa pătratelor a două numere naturale nenule.

**2. a)** Să se arate că oricare ar fi , , are loc inegalitatea: .

**b)** Fie . Să se determine cel mai mare număr natural, mai mic sau egal decât  .

**3.** În cubul ABCDA’B’C’D’ de latură 2 se consideră punctul S [CC’]. Notăm {O} = BD  AC şi

{M} = SO  A’C’. Dacă planele (A’BD) şi (MBD) sunt perpendiculare, stabiliţi poziţia punctului S pe CC’.

(Problema E:14526 din Gazeta matematică Nr. 6-7-8/2013 – enunţ modificat)

**4.** De aceeaşi parte a planului unui dreptunghi ABCD se ridică pe acesta perpendicularele AE şi DF. Se consideră punctul M pe latura (DC) astfel încât . Ştiind că dreptele EM şi BF sunt concurente în punctul O, iar AD = 6 cm, AB = 9 cm, AE = 6 cm, DF = x cm, se cere:

a) Să se determine x;

b) Să se calculeze distanţa de la punctul A la planul (EBM).

**Notă:**

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect este notat cu 7 puncte

Timp de lucru 3 ore.

**Olimpiada Națională de Matematică- etapa locală**

**15 februarie 2015-PITEȘTI**

**Clasa a VIII-a**

# BAREM de CORECTARE si NOTARE:

**1.** Dacă a este număr natural nenul, atunci a(a + 1)(a + 2)(a + 3) = (a2 + 3a)( a2 + 3a + 2) = …..… 2p

= (a2 + 3a)2 + 2(a2 + 3a) = .……………………………………………………………..…………................................... 1p

= (a2 + 3a)2 + 2(a2 + 3a) +1 - 1 = ………………………………………………...………..…………............................. 2p

= (a2 + 3a + 1)2 - 12 = ………………………....……………………………..……………………….................................. 1p

= x2 - y2, unde x = a2 + 3a + 1 , y = 1, sunt numere natural nenule ……….………………..........…. ........1p

**2. a)**, adevărat ................................………………….....…………..……………………………….…........................ 3p

Analog inegalitatea a doua .………………………….....……..……...............................…………. ................1p

**b)** Se aplică inegalităţile de la puctul a) pentru  şi după adunare se obţine:

.... 2p

 . …………………………………………………………….....….…............................... 1p

**3.** (A’BD)  (MBD) = BD;  A’BD este isoscel (A’D şi A’B sunt diagonale ale feţelor cubului),

O este mijlocul (BD)  A’O BD, (1). ......................................................................................... 1p

 MBD este isoscel (MA’B MA’D)  MO BD,(2). ..................................................... 1p

Din (1) şi (2) ((A’BD),(MBD)) = A’OM. ……………………………………………...............................… 1p

Din OCS A’OA    SC =  ......................................... 3p

 S este mijlocul muchiei CC’. …..…………………………………………………………...... 1p

**4.** a) Fie planul  = ( EBMF),  (ABE) = EB,  (FDC) = FM, (ABE) // (FDC) 

EB // FM .......................................................................................................................................... 1p

Cum FD // EA şi AB // DM  FDM EAB ................................................................. .........1p

 ........................................................................................................ 1p

b) Fie AT BM, cum EA (ABC) , utilizând teorema celor trei perpendiculare, rezultă

ET  BM, fie AP  ET  AP  (EBM) (R.2t.3p.)  d( A, (EBM)) = AP ...................................... 2p

Se calculează BM = 6 cm, AT = , ET = , AP = ,

deci d( A, (EBM)) =  cm. ................................................................................................... 2p

**Notă:** Orice altă soluţie corectă se punctează corespunzător.