INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN SĂLAJ
Loc. Zalău, str. Unirii, nr. 2, Cod 450059
Tel: 0260661391, Fax: 0260619190
E-mail: isjsalaj@isj.sj.edu.ro

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
etapa locală februarie 2016
SUBIECT si BAREM Clasa a V-a

PROBLEMA 1

Un număr de trei cifre are primele doua cifre identice, iar a treia cifră este 5. Acest număr se împarte la un număr de o cifră şi se obţine restul 8. Să se găsească deîmpărţitul, împărţitorul şi câtul.

Solutie:

$\overline{aa5} = b \cdot c + 8$, 8<b, b cifra $\Rightarrow b = 9$ (impartitorul).......................2p
$110a + 5 = 9c + 8$ 1p
110a=3(3c+1) 1p
$a \in \{3,6,9\}$ 1p
c = 73 (catul)..1p
$\overline{aa5} = 665$ (deimpartitul) 1p

PROBLEMA 2

Ştiind că $3^{6n+12} + 9^{3n+6} + 27^{2n+4} = 3^{4(n+3)+255}, n \in IN$.
Aflaţi restul împărţirii lui A la 5, unde $A = 2^n + 3^n + 4^n + 7^n$.

Solutie:

Aplicǎnd regului de calcul cu puteri obţinem n=127..2 p
$A = 2^n + 3^n + 4^n + 7^n$
$U(2^{127}) = 8$...1p
$U(3^{127}) = 7$...1p
$U(4^{127}) = 4$...1p
$U(7^{127}) = 3$...1p
ultima cifra a lui A, adică $U(A) = 2$, deci restul împǎrtirii lui A la 5 este 2.......................1p.

PROBLEMA 3

Un elev își propune și reușește să rezolve într-o săptămâna 70 de probleme, rezolvând zilnic un număr natural de probleme. În primele două zile rezolvă 4 probleme. Arătați că există o zi a săptămânii în care elevul rezolvă peste 13 probleme.

Solutie:

Cum în primele două zile elevul rezolvă 4 probleme îi rămân de rezolvat 66 de probleme în 5 zile...4 p
Dar 13*5=65,deci conform principiului cutiei va exista cel puțin o zi în care elevul va rezolva peste 13 probleme..3 p

PROBLEMA 4

Se consideră numărul $N = a + 3 + 15 + b + 35$, unde cei cinci termeni ai sumei sunt scrişi în ordine crescătoare.

Determinaţi *a* şi *b* pentru care *N* este pătrat perfect.

Gazeta Matematica

<u>Solutie:</u>

Daca a < 3 (1) şi 15 < b < 35 (2), atunci 15<a+b<38 (3)..2p
N=a+b+53
Adunând la relatia (3) 53, obţinem 68<a+b+53<91, deci 68<N<91.............................1p
Cum N este patrat perfect, avem N=81, deci a+b=28...1p
Din relaţiile (1) şi (2), avem solutiile

1) a=0 şi b=28...1p
2) a=1 şi b=27...1p
3) a=2 şi b=26...1p