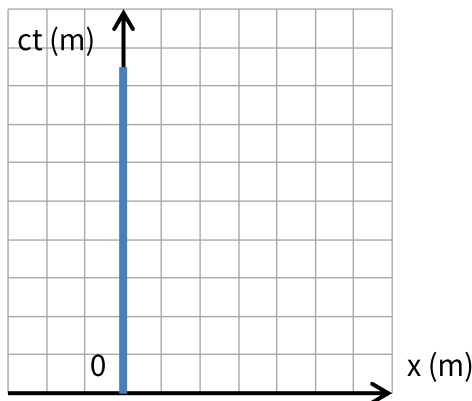
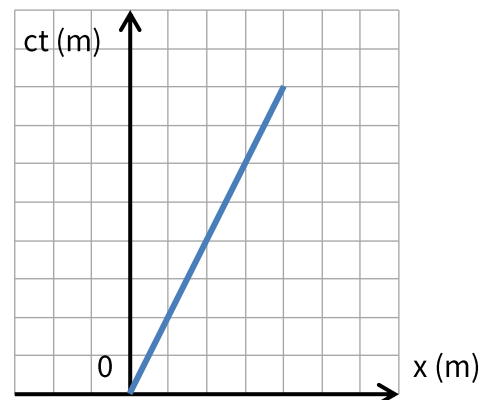


Subiectul 1 – Linia de univers

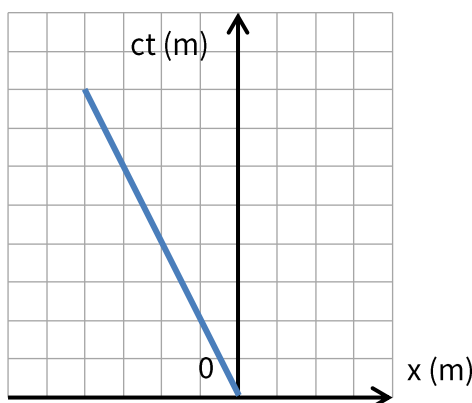
În Teoria Relativității Restrânse (TRR) timpul are un caracter relativ. Din acest motiv, pentru a descrie un eveniment, coordonata temporală (t) trebuie alăturată celor trei coordonate spațiale (x, y, z) ale acestuia. O modalitate simplă de reprezentare grafică a evenimentelor care au loc la momente diferite de timp este așa numita diagramă spațiu-timp. Presupunând că mișcarea are loc de-a lungul axei Ox , axele Oy și Oz nu prezintă interes. Într-o diagramă spațiu-timp, pe orizontală reprezentăm coordonata x , iar pe verticală coordonata t multiplicată cu c (c - viteza luminii în vid). Multiplicarea cu c prezintă două avantaje: aceeași unitate de măsură pe ambele axe (metrul) și evitarea unor grafice disproporționate (la viteze relativiste, distanțele sunt mari și duratele scurte). Evoluția unui corp va fi reprezentată în diagrama spațiu-timp de ceea ce se numește *linia de univers* a celui corp. În diagramele de mai jos sunt reprezentate câteva exemple de linii de univers pentru corpuri care se mișcă cu viteză constantă v :



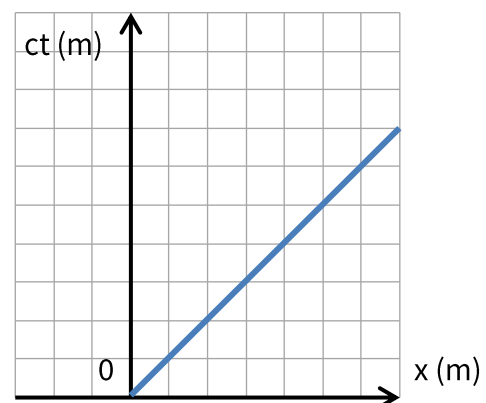
Corp aflat în repaus în originea axei Ox



Corp care se deplasează cu $v = 0,5 c$



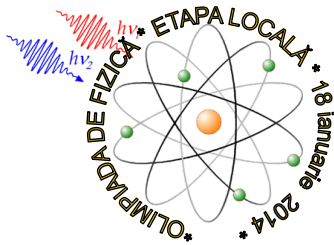
Corp care se deplasează cu $v = 0,5 c$ în sens neg. Ox



Corp care se deplasează cu $v = c$ (lumina!!)

Se observă ușor că tangenta unghiului făcut de linia de univers cu axa ct este $\beta = \frac{v}{c}$. Atâta timp cât se respectă postulatul II Einstein, linia de univers a unui corp nu poate fi mai înclinată față de axa ct decât linia de univers a luminii, care e la 45° .

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se rezolvă pe o foaie separată. Timp de lucru: 3 ore din momentul primirii subiectelor. Este permisă utilizarea calculatoarelor neprogramabile. Orice alt aparat electronic și/sau surse de documentare sunt interzise și trebuie depuse spre păstrare la profesorii supraveghetori. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu).



Sarcina 1 – Semnale luminoase

Doi observatori vor să testeze dilatarea duratelor. Unul dintre ei se află într-un sistem de referință fix (S), iar celălalt într-un sistem de referință mobil (S') care se deplasează cu o viteză $v = 0,6 c$ față de (S), unde c este viteza luminii în vid. Observatorii folosesc ceasuri identice, pe care le pornesc când originile celor două sisteme de referință coincid. Ei au stabilit ca fiecare să transmită un semnal luminos când ceasul lui arată 60 minute și un alt semnal luminos (de confirmare) când recepționează semnalul de la celălalt. Având la dispoziție diagramele spațiu-timp de pe fișa 1.1 și folosind linii de univers, determină **grafic** pe acestea:

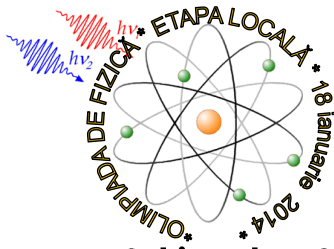
- Când primește observatorul din (S) primul semnal de la (S').
- Când primește observatorul din (S) semnalul de confirmare de la (S').
- Fiecare observator notează într-un tabel momentul recepționării semnalului inițial, respectiv a semnalului de confirmare de la celălalt observator. Compară tabelele celor doi observatori.

Sarcina 2 – Mașina în garaj

O mașină cu lungimea proprie $l_0 = 10$ m se deplasează cu o viteză relativistă v spre un garaj cu lungimea proprie $L_0 = 5$ m. Garajul este prevăzut cu două uși, una în față și una în spate. Există doi observatori: unul plasat lângă ușa din față a garajului (S) și unul în mașină (S').

- Când mașina intră în garaj, datorită contracției lungimilor, pentru o anumită valoare a vitezei v , la un moment dat observatorul (S) va vedea că o mașină de 10 m încapă într-un garaj de 5 m. Află acea valoare a lui v , în funcție de c (c – viteza luminii în vid).
- Din sistemul de referință al observatorului (S'), situația de la punctul a) pare paradoxală. Care este paradoxul?
- Având la dispoziție diagramele spațiu-timp de pe fișa 1.2, trasează liniile de univers pentru mașină și garaj în sistemul de referință legat de (S), respectiv în sistemul de referință legat de (S') și cu ajutorul lor rezolvă paradoxul.

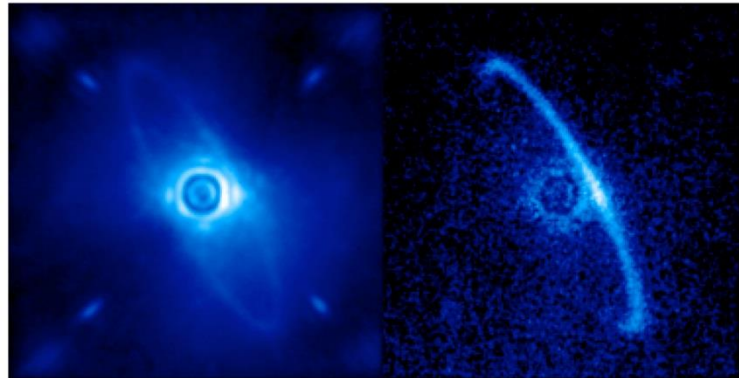
Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se rezolvă pe o foaie separată. Timp de lucru: 3 ore din momentul primirii subiectelor. Este permisă utilizarea calculatoarelor neprogramabile. Orice alt aparat electronic și/sau surse de documentare sunt interzise și trebuie depuse spre păstrare la profesorii supraveghetori. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu).



Subiectul 2 – Gemini

Gemini Planet Imager (GPI) este un instrument construit pentru telescopul terestru Gemini South din Chile și care va putea fi folosit pentru descoperirea și cercetarea exoplanetelor de tip gigantice gazoase, relativ tinere (cu vârsta cuprinsă între 10^6 și 10^9 ani) de 1 până la 10 milioane de ori mai puțin strălucitoare decât stelele centrale de care aparțin.

Pe data de 7 ianuarie 2014 au fost publicate primele imagini obținute cu acest instrument. Alăturat e imaginea luminii împrăștiată de un disc de praf care orbitează steaua HR4796A din constelația Centaurul. Acest disc se presupune că este format din asteroizi sau comete lăsate în urmă de formarea planetelor.



GPI recepționează semnale în domeniul infraroșu apropiat (banda J ($1,25 \mu\text{m}$), banda H ($1,65 \mu\text{m}$), banda K ($2,2 \mu\text{m}$)).

Sarcina 1

- Prezintă două motive pentru care crezi că a fost aleasă funcționarea în domeniul infraroșu apropiat.
- De ce GPI poate detecta doar exoplanete relativ tinere?

Sarcina 2

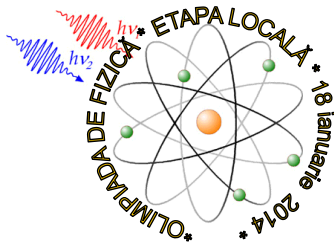
Toate instrumentele optice au o limită a rezoluției unghiulare (distanța unghiulară dintre două puncte ale obiectului care încă mai pot fi decelate în imagine) chiar dacă toate aberațiile optice ar fi eliminate. Această limită se datorează difracției, iar pentru o apertură circulară rezoluția unghiulară minimă este dată de criteriul Rayleigh:

$$\sin \theta = 1,22 \frac{\lambda}{d}$$

unde θ este unghiul minim, λ este lungimea de undă a radiației incidente, iar d este diametrul aperturii instrumentului.

- Telescopul Gemini Sud are diametrul oglinzii principale de 8,1 m. Presupunând că radiația incidentă are lungimea de undă de $1,25 \mu\text{m}$, calculează rezoluția unghiulară minimă a telescopului (în secunde de arc).
- Dacă s-ar construi o rețea de telescoape interconectate, cât ar trebui să fie diametrul efectiv d al întregii rețele astfel încât în banda de $2,2 \mu\text{m}$ să poată fi detectată o planetă de mărimea lui Jupiter care orbitează steaua HR4796A? (diametrul lui Jupiter este $D = 1,38 \cdot 10^8 \text{m}$, iar steaua HR4796A se află la o distanță L de aproximativ 237 ani lumină; 1 an lumină = $9,4607 \cdot 10^{15} \text{m}$; pentru unghiuri mici, $\sin \theta \approx \theta$; $\text{tg } \theta \approx \theta$ (în rad))

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se rezolvă pe o foaie separată. Timp de lucru: 3 ore din momentul primirii subiectelor. Este permisă utilizarea calculatoarelor neprogramabile. Orice alt aparat electronic și/sau surse de documentare sunt interzise și trebuie depuse spre păstrare la profesorii supraveghetori. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu).



Subiectul 3

Sarcina 1 - Flash

Funcționarea flash-ului unei camere foto se bazează pe descărcarea într-un timp foarte scurt a unui condensator printr-un tub cu descărcare în gaze.

- Pentru un astfel de flash, pe fișa 3.1 ai un tabel cu variația tensiunii la bornele condensatorului (U în volți) în funcție de timp (t în milisecunde). Completează tabelul și trasează graficul $\ln \frac{U_0}{U} = f(t)$ (unde U_0 reprezintă tensiunea inițială de la bornele condensatorului).
- Tensiunea la bornele condensatorului variază după ecuația $U = U_0 e^{-\frac{t}{RC}}$, unde e este baza logaritmului natural, R este rezistența totală a circuitului și C capacitatea condensatorului. $\tau = RC$ se numește constanta de timp a circuitului și reprezintă intervalul de timp după care tensiunea la bornele condensatorului scade de e ori. Folosind graficul de la punctul a), determină constanta de timp a circuitului.

Sarcina 2 - Pași

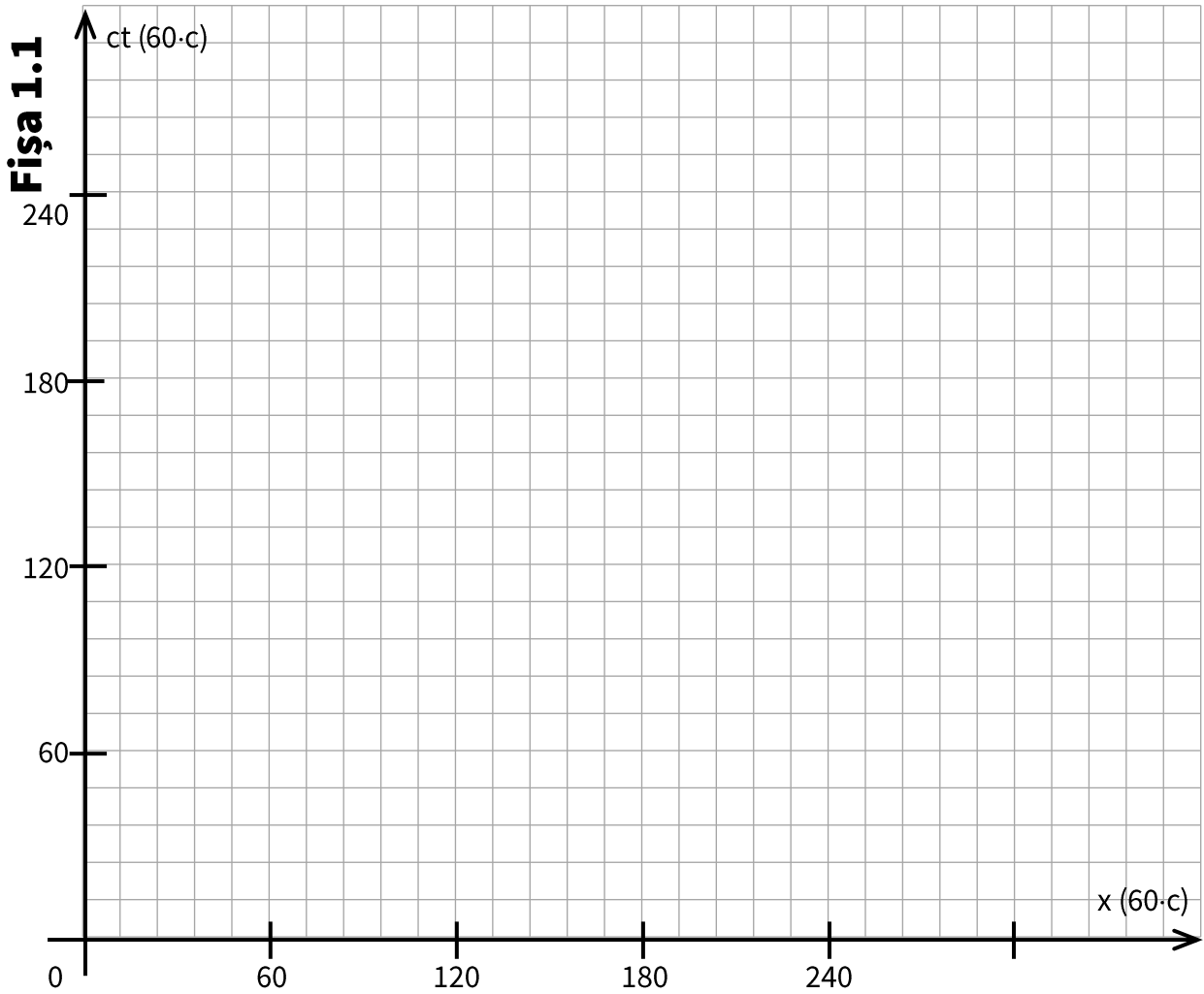
Pentru un pendul fizic, perioada oscilațiilor este dată de formula $T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgd}}$, unde I reprezintă momentul de inerție al pendulului față de centrul de rotație, m este masa totală a pendulului, g este accelerația gravitațională, iar d distanța de la centrul de masă al pendulului la centrul de rotație.

Când merge pe jos, orice om are o cadență proprie naturală (numărul de pași pe care îi face în unitatea de timp) cu care se simte mai confortabil decât dacă ar merge mai repede sau mai încet. Consideră că piciorul se comportă ca un pendul fizic, care se poate roti în jurul articulației șoldului și că această cadență corespunde oscilațiilor piciorului în timpul mersului.

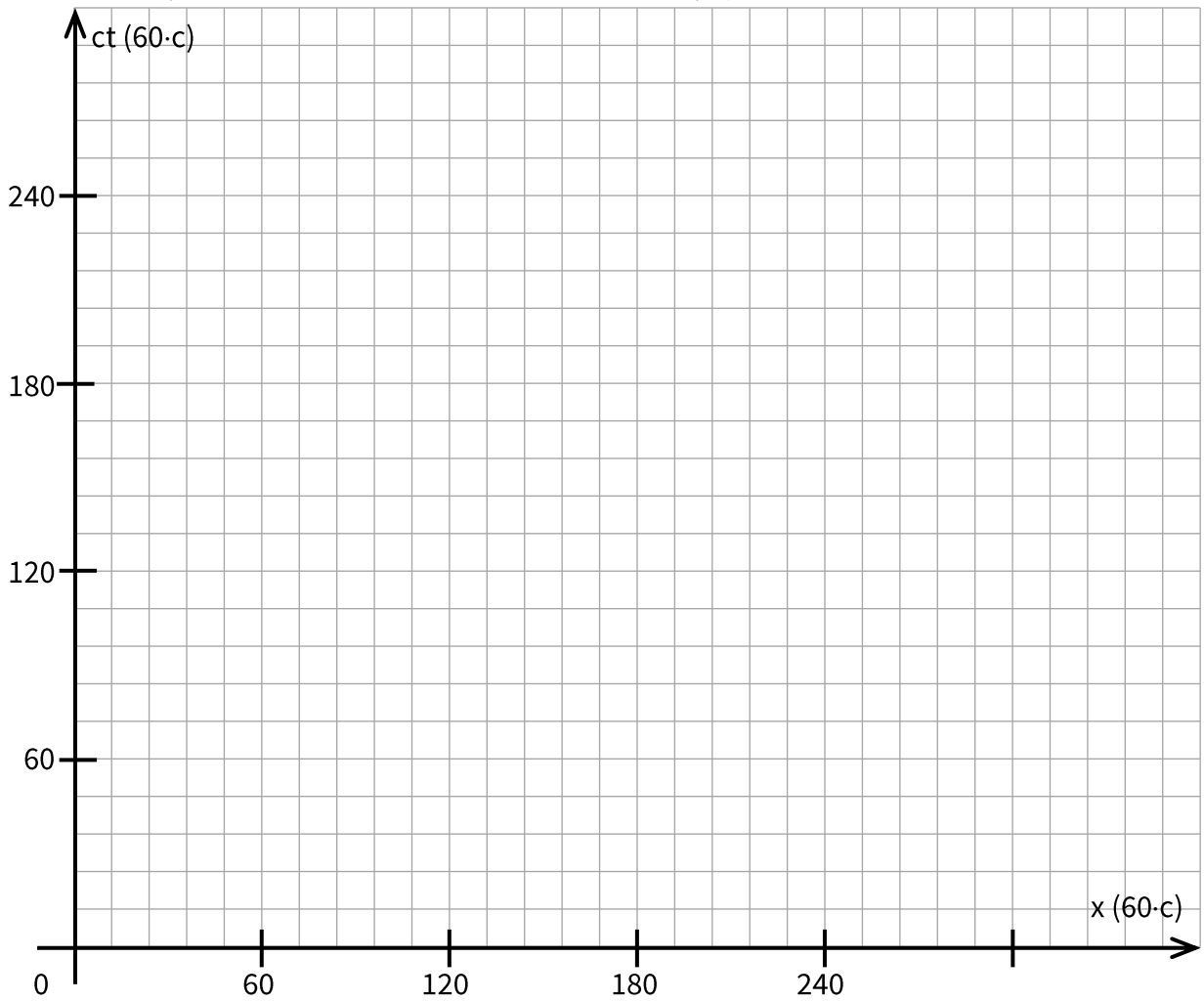
- Presupunând că piciorul are masa m și lungimea L , iar centrul de masă al acestuia este la $\frac{L}{4}$ de articulație și considerând momentul de inerție al piciorului $I = \frac{mL^2}{15}$, exprimă cadența de mers în funcție de lungimea piciorului.
- Ce s-ar întâmpla cu cadența dacă lungimea piciorului s-ar dubla?
- Dacă lungimea unui pas în timpul mersului este $l = 80$ cm, pentru $L = 1$ m și $g = 9,8 \frac{m}{s^2}$ calculează viteza cu care se deplasează un om care merge normal.

Prof. Ioan Florin Dobrin, Colegiul Național Mircea cel Bătrân Constanța

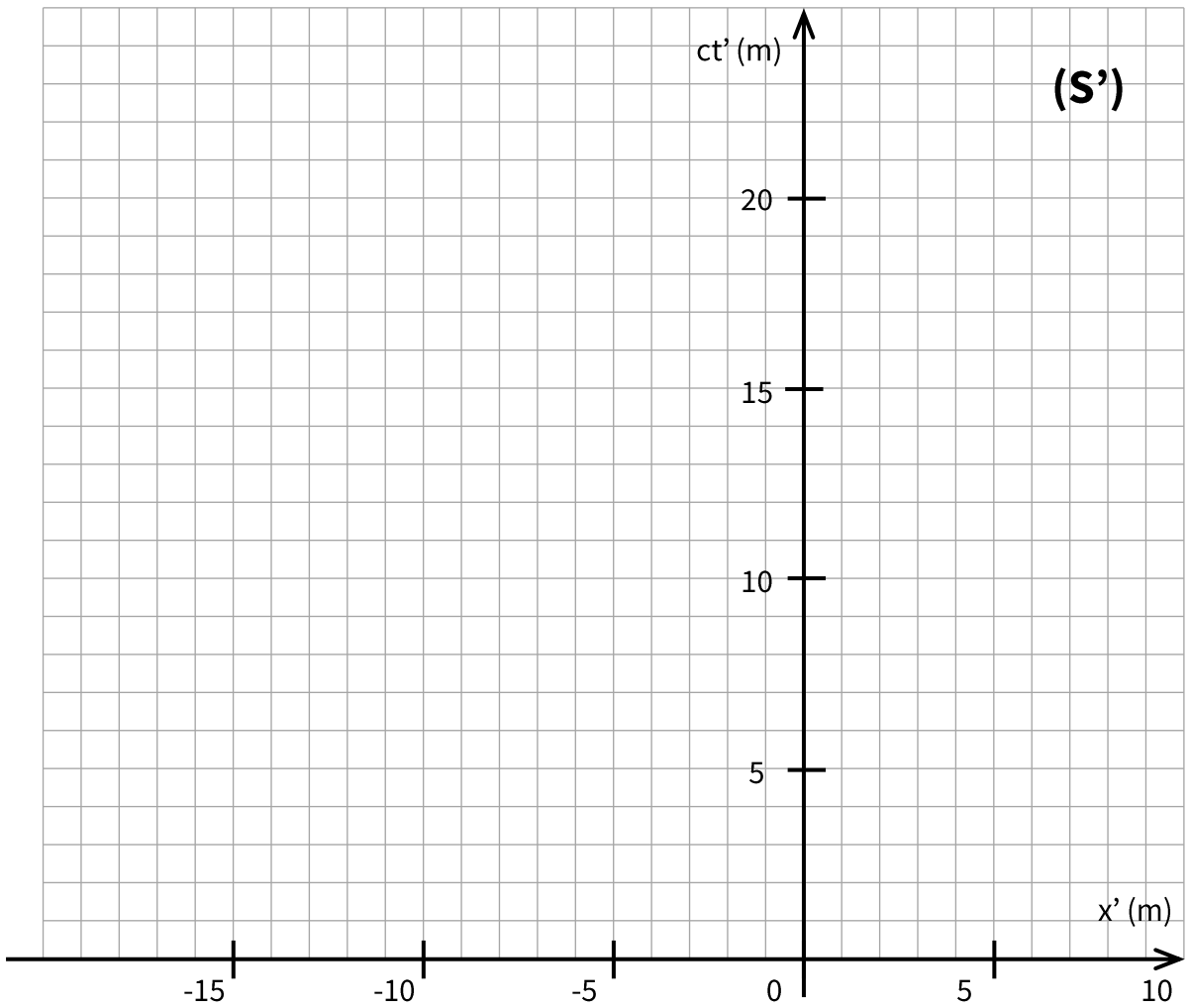
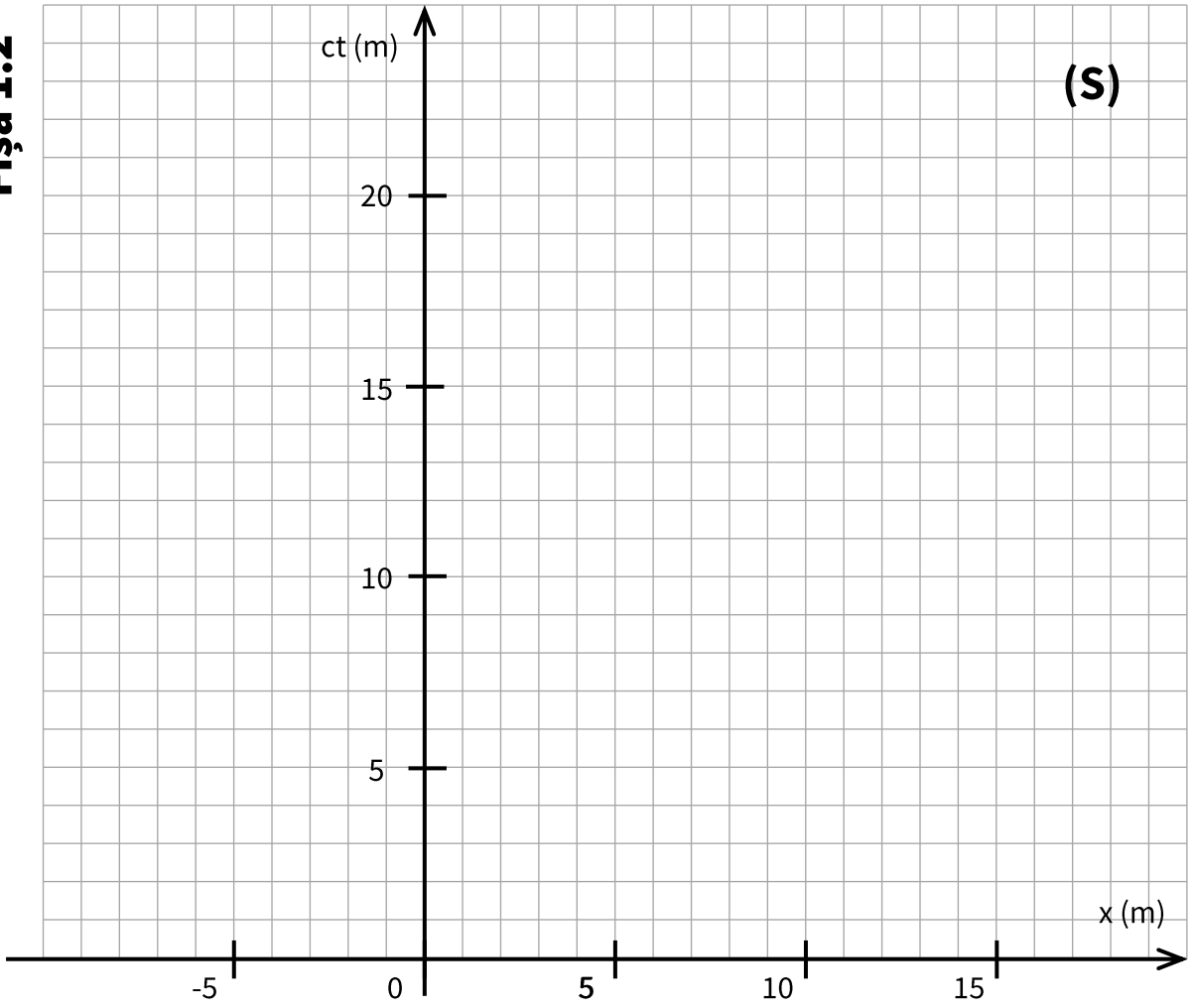
Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se rezolvă pe o foaie separată. Timp de lucru: 3 ore din momentul primirii subiectelor. Este permisă utilizarea calculatoarelor neprogramabile. Orice alt aparat electronic și/sau surse de documentare sunt interzise și trebuie depuse spre păstrare la profesorii supraveghetori. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu).



Atenție! Unitatea de măsură este 60·c (distanța parcursă de lumină într-un minut)

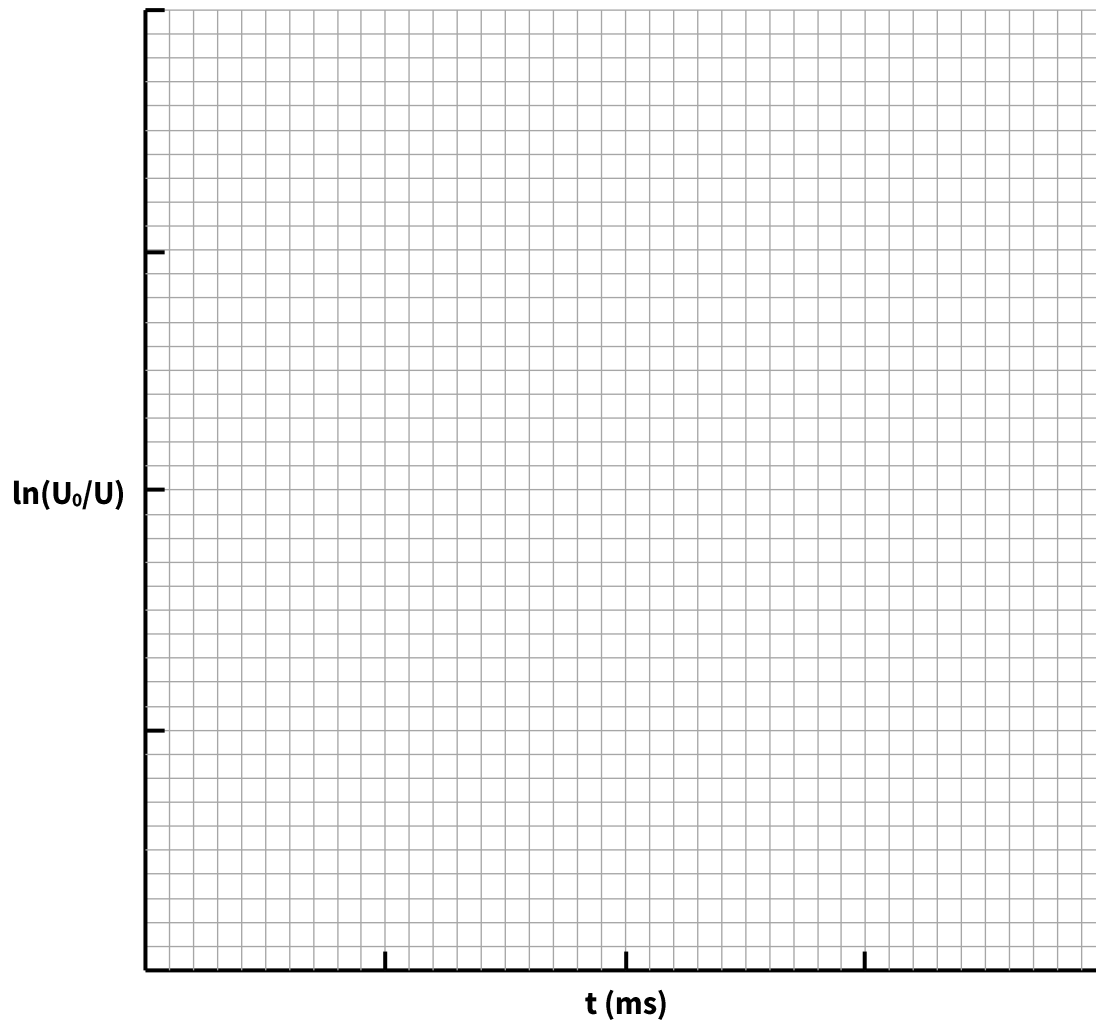


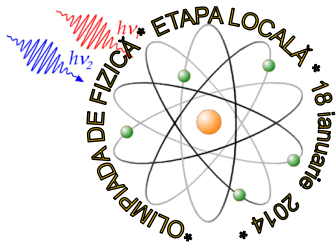
Fişa 1.2



Fişa 3.1

t (ms)	U (V)	$\ln(U_0/U)$
0	300,00	
0,5	201,00	
1	135,00	
1,5	90,00	
2	61,00	
2,5	41,00	
3	27,00	
3,5	18,00	
4	12,00	





Subiectul 1 – Linia de univers

Sarcina 1 – Semnale luminoase

$$v = 0,6c \Rightarrow \beta = \frac{v}{c} = 0,6; \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 1,25$$

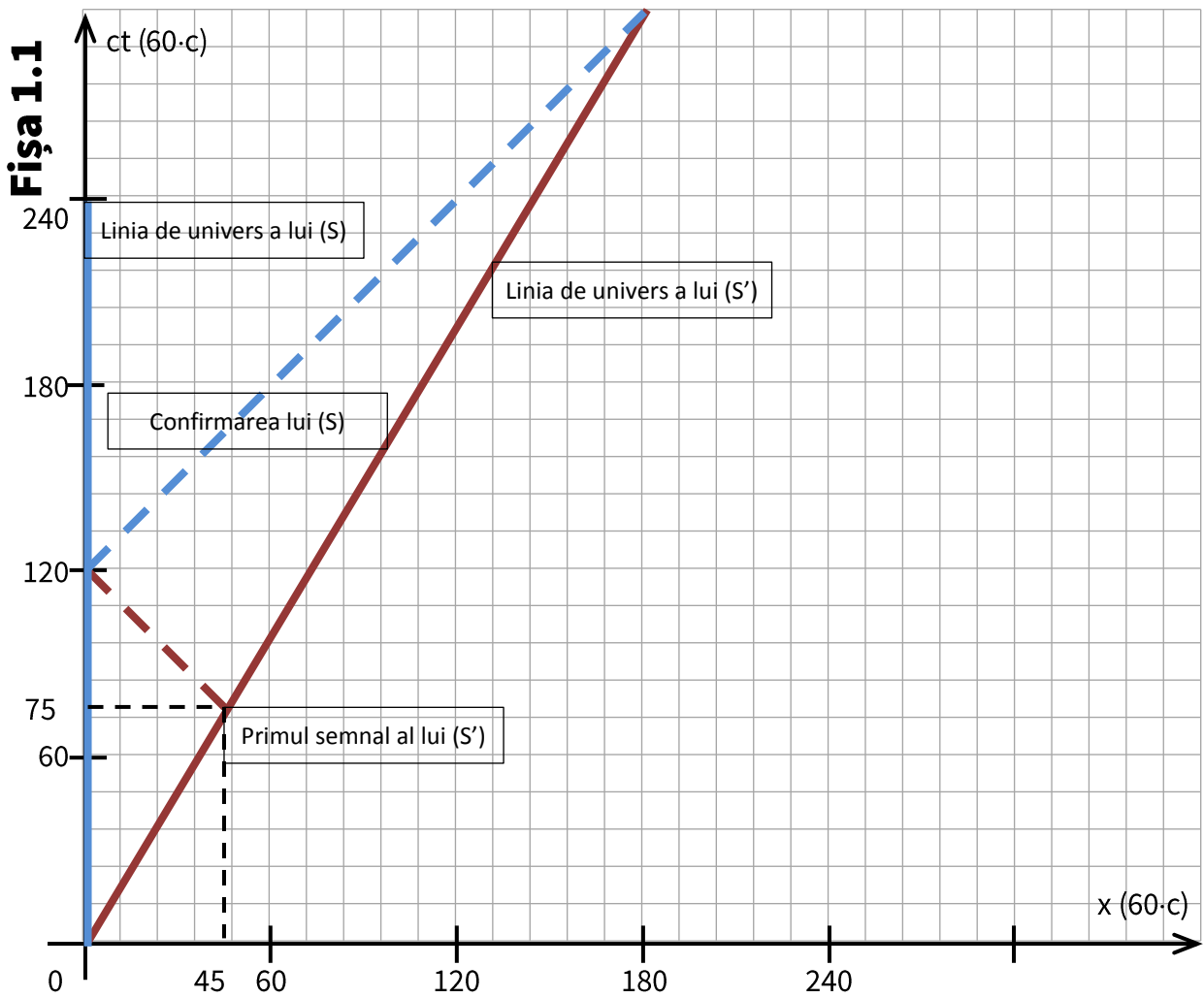
- | | |
|---------------------------------------------------|-----|
| a) Desen corect (vezi fișa 1.1) | 1 p |
| $\Delta t_1 = 120$ s | 1 p |
| b) Desen corect (vezi fișa 1.1) | 1 p |
| $\Delta t_2 = 240$ s | 1 p |
| c) Tabelele celor doi observatori vor fi identice | 1 p |

Sarcina 2 – Mașina în garaj

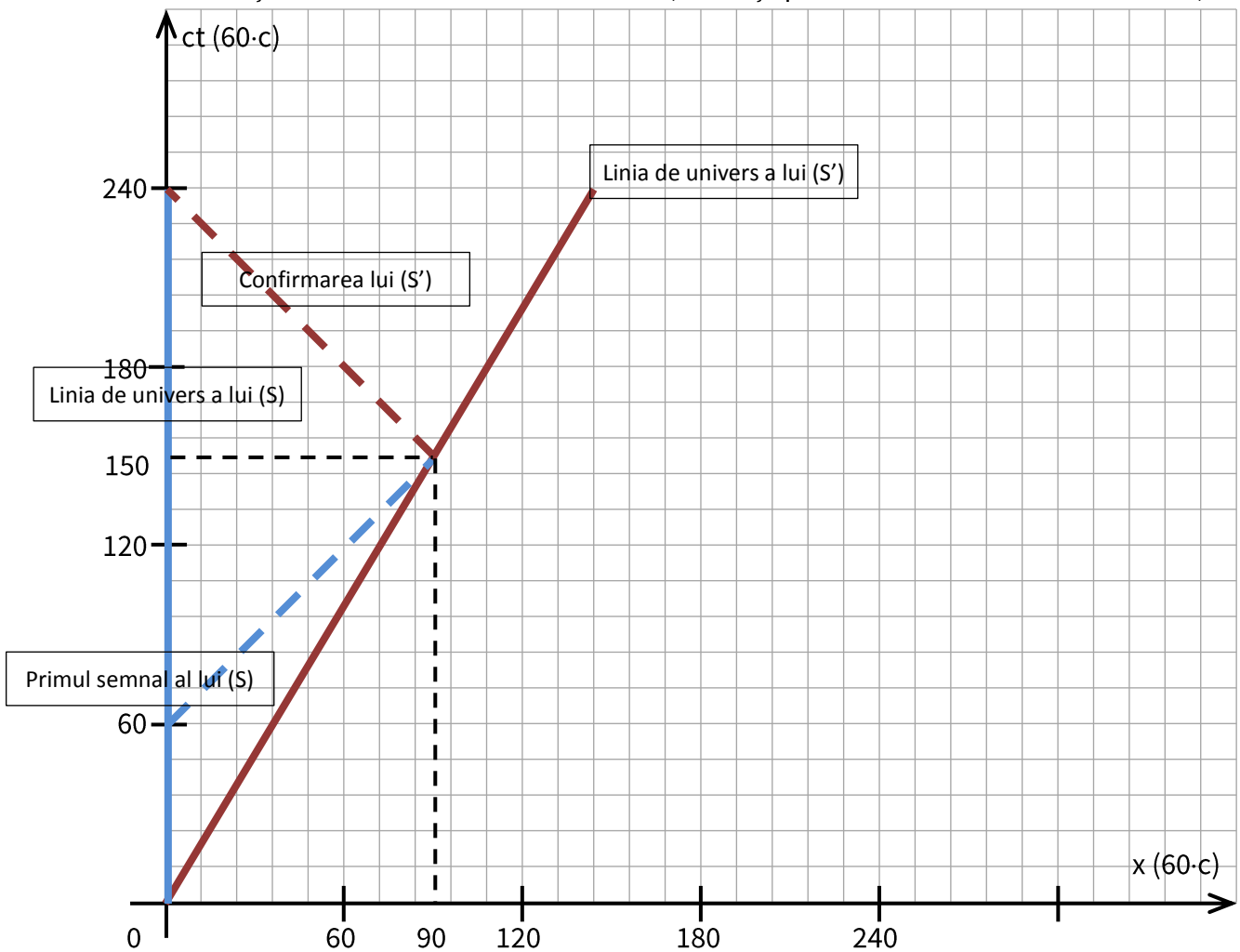
$$\beta = \frac{v}{c}; \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

- | | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| a) Pentru observatorul (S) lungimea mașinii este $l = \frac{l_0}{\gamma} = L_0$
$\gamma = \frac{l_0}{L_0} = 2; \beta = 0,866; v = 0,866 \cdot c$ | 1 p |
| b) Pentru observatorul (S') lungimea garajului este $L = \frac{L_0}{\gamma} = 2,5$ m
Din punctul lui de vedere, o mașină de 10 m a intrat într-un garaj de 2,5 m.
Imposibil! | 1 p |
| c) Desene corecte (vezi fișa 1.2)
Din diagrame se observă că în sistemul de referință (S) momentul când capătul din față al mașinii atinge ușa din spate a garajului este simultan cu momentul în care capătul din spate al mașinii trece de ușa din față a garajului. În (S') cele două momente nu mai sunt simultane.
(relativitatea simultaneității!) | 1 p |
| Oficiu | 1 p |
| <hr/> Total | 10 p |

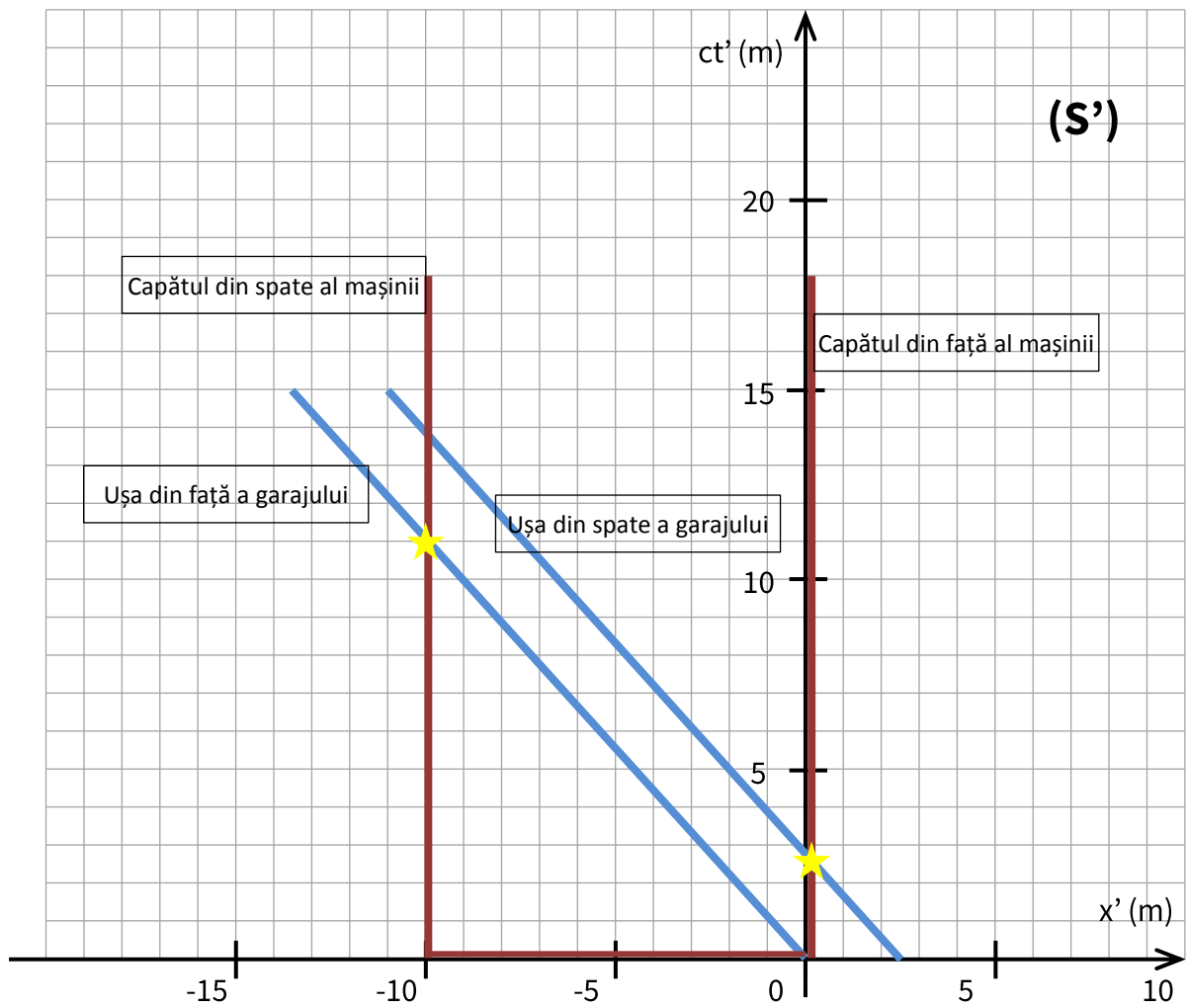
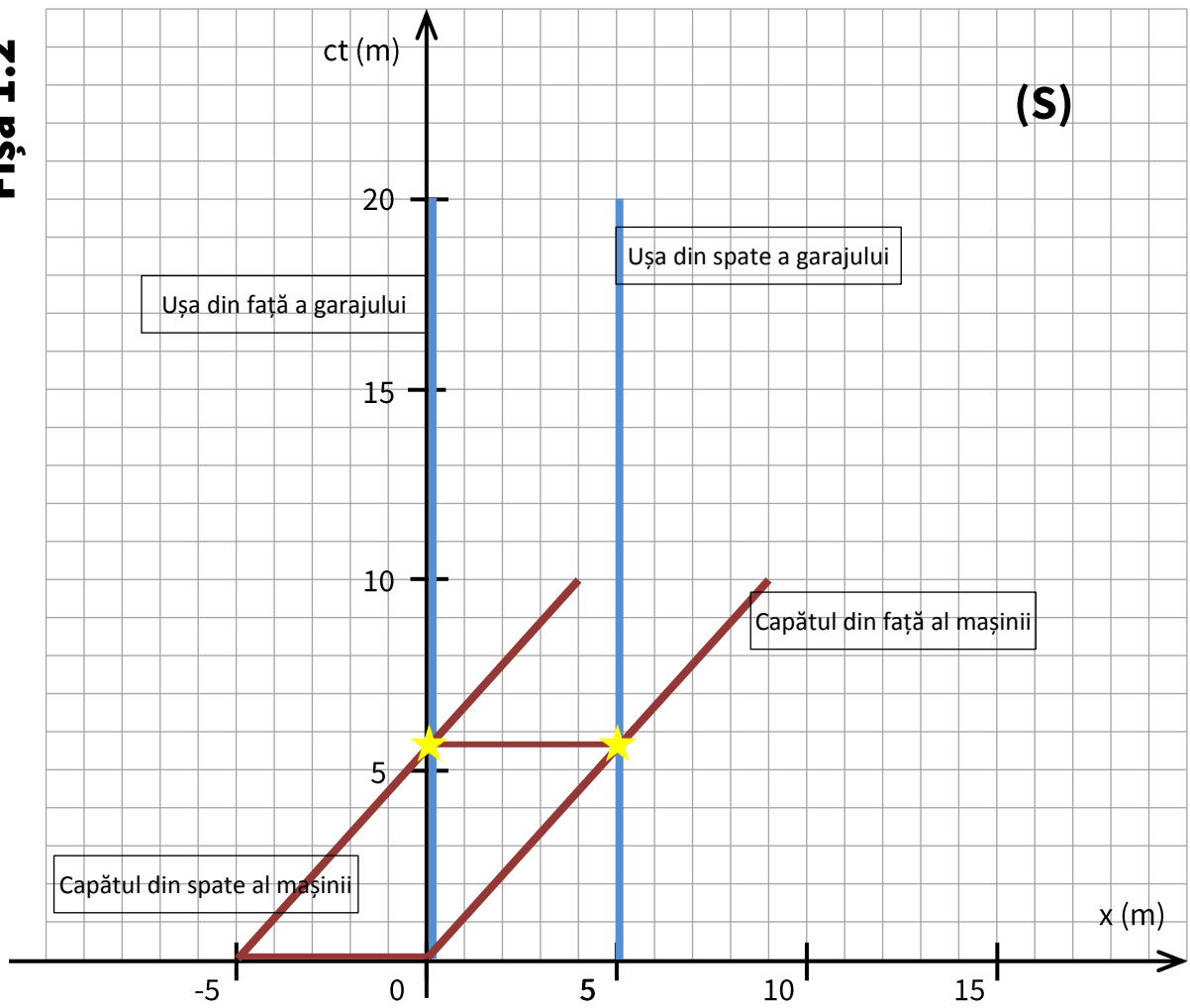
Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se rezolvă pe o foaie separată. Timp de lucru: 3 ore din momentul primirii subiectelor. Este permisă utilizarea calculatoarelor neprogramabile. Orice alt aparat electronic și/sau surse de documentare sunt interzise și trebuie depuse spre păstrare la profesorii supraveghetori. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu).

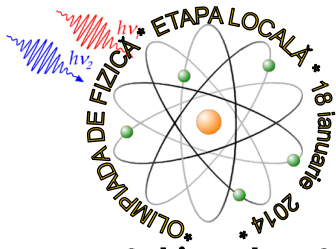


Atenție! Unitatea de măsură este $60 \cdot c$ (distanța parcursă de lumină într-un minut)



Fișa 1.2





Subiectul 2 – Gemini

Sarcina 1

- a) În infraroșu recepția nu este bruiată de radiația foarte intensă a stelei centrale din domeniul vizibil. 1 p
Emisia termică datorată atmosferei Pământului nu e prea intensă în infraroșu apropiat. 1 p
- b) Planetele tinere au suficientă căldură rămasă din procesul de formare astfel încât să permită detecția. 1 p

Sarcina 2

- a) Apertura telescopului este diametrul oglinzii. 1 p
 $\theta = 1,22 \frac{\lambda}{d}$ (rad); $1 \text{ rad} = \frac{180}{\pi} \cdot 3600$ secunde; $\theta = 0,038$ secunde 2 p
- b) $\theta = 1,22 \frac{\lambda}{d}$; $\theta = \frac{D}{L}$ 1 p
 $d = 1,22 \frac{\lambda L}{D}$; $d = 43,6$ km 2 p
- Oficiu 1 p
-
- Total 10 p

Subiectul 3

Sarcina 1 - Flash

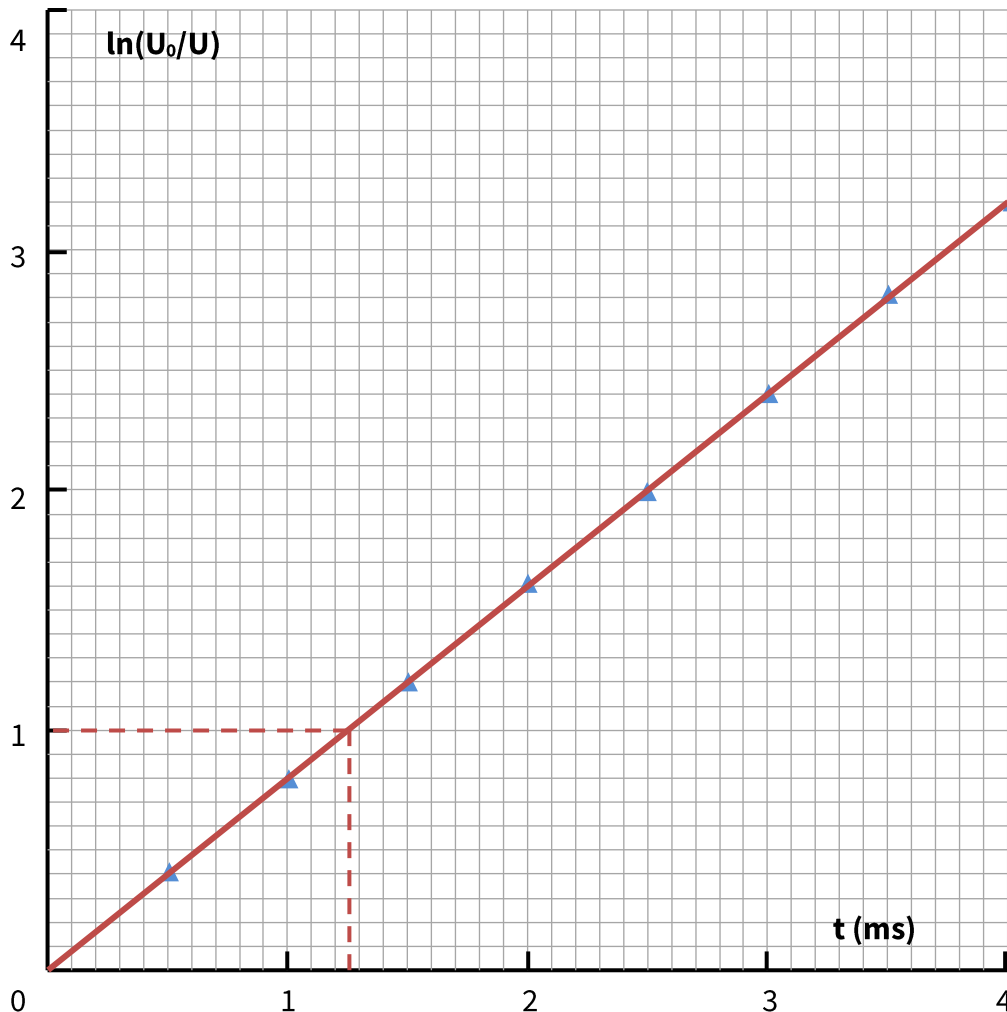
- a) Tabel completat corect 1 p

t (ms)	U (V)	$\ln(U_0/U)$
0	300,00	0,0
0,5	201,00	0,4
1	135,00	0,8
1,5	90,00	1,2
2	61,00	1,6
2,5	41,00	2,0
3	27,00	2,4
3,5	18,00	2,8
4	12,00	3,2

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se rezolvă pe o foaie separată. Timp de lucru: 3 ore din momentul primirii subiectelor. Este permisă utilizarea calculatoarelor neprogramabile. Orice alt aparat electronic și/sau surse de documentare sunt interzise și trebuie depuse spre păstrare la profesorii supraveghetori. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu).

Grafic trasat corect

1 p



b) $U = U_0 e^{-\frac{t}{RC}} ; \ln \frac{U_0}{U} = \frac{1}{RC} t = \frac{t}{\tau}$ 1 p
 Din grafic, când $U = \frac{U_0}{e}$, $\ln \frac{U_0}{U} = 1$, $t = 1,25 \text{ s} = \tau$ 1 p

Sarcina 2

a) Cadența f este dublă față de frecvența oscilațiilor $f = 2\nu_0 = \frac{2}{T_0}$ 1 p
 $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{mgd}} ; f = \frac{\sqrt{15g}}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{L}}$ 1 p
 b) $L' = 2L ; f' = \frac{f}{\sqrt{2}}$ 1 p
 c) $v = lf = 1,54 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 5,56 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ 2 p

Oficiu	1 p
Total	10 p

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se rezolvă pe o foaie separată. Timp de lucru: 3 ore din momentul primirii subiectelor. Este permisă utilizarea calculatoarelor neprogramabile. Orice alt aparat electronic și/sau surse de documentare sunt interzise și trebuie depuse spre păstrare la profesorii supraveghetori. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu).