

# OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală – 10.02.2024

Clasa a VI-a

Barem de corectare și notare

1. a) Dacă  $A = \{15; 23; 37; 45\} \Rightarrow S = \{38; 52; 60; 68; 82\}$ .....3p

b) Putem considera  $a < b < c < d$ .

Obținem că  $a + b$  este cel mai mic din  $S$ , iar  $c + d$  este cel mai mare din  $S$ .

Deci  $a + b + c + d = 682 + 1342 = 2024$ .....1p

Făcând toate sumele obținem 6 rezultate și cum  $S$  are 5 elemente, deducem că două din cele 6 sunt egale.

$a < b < c < d \Rightarrow a + b < a + c < a + d$  și

$a < b < c < d \Rightarrow b + c < b + d < c + d$

$a + b = 682, a + c = 902, a + d = b + c = 1012, b + d = 1122, c + d = 1342$

Deci  $a = 286, b = 396, c = 616, d = 726 \Rightarrow A = \{286; 396; 616; 726\}$ .....3p

2. Din  $\frac{x}{x+2} = \frac{y}{y+4} = \frac{z}{z+6} = \frac{t}{t+8}$  obținem

$\frac{x}{2} = \frac{y}{4} = \frac{z}{6} = \frac{t}{8} = k$ .....3p

$x = 2k, y = 4k, z = 6k, t = 8k$ .....1p

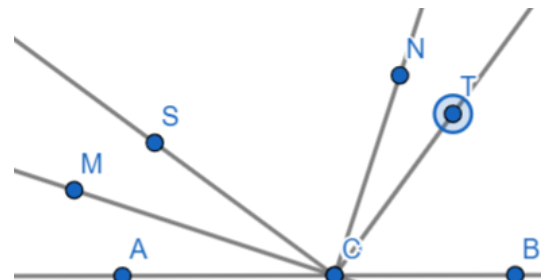
$x^2 + y^2 + z^2 + t^2 = 120k^2$ .....1p

$k^2 = 25$ , de unde  $k = 5$ .....1p

$x = 10, y = 20, z = 30, t = 40$ .....1p

3.

Desenarea figurii.....1p



Deoarece semidreapta  $[OM$  este bisectoarea unghiului  $\sphericalangle AOS$  avem  $\sphericalangle AOM = \sphericalangle SOM = a \dots 1p$

Apoi  $\sphericalangle NOT = \sphericalangle SOM = a$  deoarece au același complement  $\dots 1p$

$$\sphericalangle AOM = \sphericalangle SOM = \sphericalangle NOT = a, \quad \sphericalangle SON = 90^\circ - a \text{ și } \sphericalangle TOB = b \Rightarrow$$

$$3a + 90^\circ - a + b = 180^\circ, \text{ de unde } 2a + b = 90^\circ \dots 1p$$

$$a, b \in \mathbb{N}^*, (a, b) = 18 \Rightarrow a = 18x, \quad b = 18y, \quad x, y \in \mathbb{N}^* \quad (x, y) = 1,$$

Obținem  $2x + y = 5, x, y \in \mathbb{N}^* \Rightarrow x \in \{1, 2\} \dots 1p$

Dacă  $x = 1$ , atunci  $y = 3$  și  $\sphericalangle TOB = b = 54^\circ \dots 1p$

Dacă  $x = 2$ , atunci  $y = 1$  și  $\sphericalangle TOB = b = 18^\circ \dots 1p$

4. Măsura unghiului format de bisectoarele unghiurilor  $\sphericalangle AOB$  și  $\sphericalangle BOC$

este egală cu  $[\sphericalangle AOB + \sphericalangle BOC]: 2 \dots 1p$

Sunt posibile două situații:

I. Dacă  $B$  este în interiorul unghiului  $\sphericalangle AOC$ , atunci  $\sphericalangle AOB + \sphericalangle BOC = \sphericalangle AOC = 130^\circ$

În acest caz măsura unghiului format de bisectoarele unghiurilor  $\sphericalangle AOB$  și  $\sphericalangle BOC$  este  $130^\circ : 2 = 65^\circ \dots 1p$

Obținem că  $\sphericalangle BOC = 32^\circ 30', \sphericalangle AOB = 97^\circ 30' \Rightarrow \sphericalangle DOB = 7^\circ 30' \dots 2p$

II. Dacă  $B$  nu este în interiorul unghiului  $\sphericalangle AOC$ , atunci

$\sphericalangle AOB, \sphericalangle BOC$  și  $\sphericalangle AOC$  sunt trei unghiuri formate în jurul unui punct și

$$\sphericalangle AOB + \sphericalangle BOC = 360^\circ - \sphericalangle AOC = 230^\circ$$

În acest caz măsura unghiului format de bisectoarele unghiurilor  $\sphericalangle AOB$  și  $\sphericalangle BOC$  este

$230^\circ : 2 = 115^\circ \dots 1p$

Obținem că  $\sphericalangle BOC = 57^\circ 30', \sphericalangle AOB = 172^\circ 30' \Rightarrow \sphericalangle DOB = 82^\circ 30' \dots 2p$