



Olimpiada Națională GAZETA MATEMATICĂ
Barajul 2, 12 iunie 2021

Subiecte – seniori

Problema 1.

Determinați toate perechile (m, n) de numere naturale impare pentru care

$$n \mid 3m + 1 \text{ și } m \mid n^2 + 3.$$

Problema 2.

Considerăm mulțimea $M = \{1, 2, 3, \dots, 2019, 2020\}$. Găsiți cel mai mic număr natural nenul k ce verifică următoarea proprietate:

pentru orice submulțime A , cu k elemente, a mulțimii M , există trei numere a, b, c din M , distincte două câte două, astfel încât $a + b, b + c$ și $c + a$ aparțin mulțimii A .

Problema 3.

Se consideră un patrulater convex \mathcal{P} și un punct X în interiorul lui \mathcal{P} . Fie M, N, P, Q proiecțiile lui X pe laturile lui \mathcal{P} . Se știe că M, N, P, Q se află pe un cerc de centru L . Arătați că L și mijloacele J, K ale diagonalelor lui \mathcal{P} sunt pe o dreaptă.