S.S.M.R - FILIALA MUREȘ

Olimpiada de matematică

Faza locală 13.02.2015

Clasa a V-a

SUBIECTUL I

Calculaţi: $a = \left\{\left[2^3 \cdot 5^2 + \left(25^{50} : 5^{99} + 2^2 \cdot 3\right) \cdot 5^2\right] : 5^3 + 2^7 + 11^{1991} : \left(11^2\right)^{995}\right\} : \left(3^3 + 3^2\right)$

SUBIECTUL II

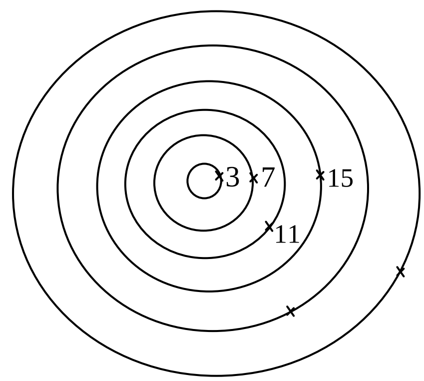
Pe cercurile din figură sunt aşezate numerele 3, 7, 11, 15, …....

a) Scrieţi numerele ce urmează a fi aşezate pe următoarele două cercuri;

b) Să se determine numărul ce trebuie aşezat pe al 2015 – lea cerc;

c) Să se arate că numărul de pe cercul al 2015 – lea, nu este pătrat perfect;

d) Să se calculeze suma numerelor de pe primele 2015 cercuri.



SUBIECTUL III

Să se determine numerele formate din două sau trei cifre care împărțite la 13 dau câtul *a* și restul *b* și împărțite la 11 dau câtul *b* și restul *a* .

SUBIECTUL IV

Dintre numerele 2^{213} și 3^{142} numărul mai mare se înmulțește cu 24 iar numărul mai mic se înmulțește cu 18. Arătați că diferența numerelor astfel obținute este divizibilă cu 72.

Notă.

Toate problemele sunt obligatorii.

Fiecare problemă se notează de la 0 la 7 puncte.

Timp de lucru 2 ore.

Probleme selectate de prof. Macavei Luminița și prof. Andreica Gheorghe

S.S.M.R - FILIALA MURES

Olimpiada de matematică
Faza locală 13.02.2015
Clasa a V-a
Bareme de corectare

SUBIECTUL I

Calculaţi:

$$a = \{[2^3 \cdot 5^2 + (25^{50} : 5^{99} + 2^2 \cdot 3) \cdot 5^2] : 5^3 + 2^7 + 11^{1991} : (11^2)^{995}\} : (3^3 + 3^2)$$

Soluţie:

$a = \{[8 \cdot 25 + (5 + 12) \cdot 25] : 5^3 + 2^7 + 11\} : (36)$ 2p

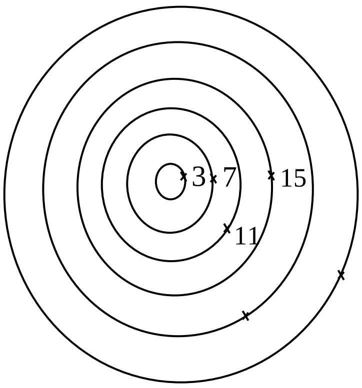
$\{(8 \cdot 25 + 17 \cdot 25) : 5^3 + 2^7 + 11\} : 36$ 1p

$\{(25 \cdot 25) : 5^3 + 128 + 11\} : 36$ 2p

$\{5 + 128 + 11\} : 36$ 1p

$144 : 36 = 4$ 1p

SUBIECTUL II



Pe cercurile din figură sunt aşezate numerele 3, 7, 11, 15, …....
a) Scrieţi numerele ce urmează a fi aşezate pe următoarele două cercuri;
b) Să se determine numărul ce trebuie aşezat pe al 2015 – lea cerc;
c) Să se arate că numărul de pe cercul al 2015 – lea, nu este pătrat perfect;
d) Să se calculeze suma numerelor de pe primele 2015 cercuri.

Soluţie:
a) 19, 23 ....2 p
b) Numerele de pe cercuri sunt de forma 4k + 3 deci, pe al 2015 – lea cerc este $4 \cdot 2014 + 3 = 8059$ 2p
c) Numărul de pe al 2015 – lea cerc este cuprins între două pătrate consecutive $89^2 < 8059 < 90^2$
Sau: nr. de forma 4k + 3 nu sunt pătrate perfecte. 1p

d) S = 4·0+3 + 4·1+3 +4·2+3 +……. + 4·2014+3 = 4·(0+1+2+3+….+2014) +3·2015 =

= 2014·2015·2 + 3·2015 = 2015 · 4031 = 8122465...2p

SUBIECTUL III

Să se determine numerele formate din două sau trei cifre care împărțite la 13 dau câtul *a* și restul *b* și împărțite la 11 dau câtul *b* și restul *a* .

Rezolvare:

Fie A numărul căutat, atunci: $A=13a+b, b\le 12$ 1p

și $A=11b+a, a\le 10$ 1p

De unde $13a+b=11b+a \Rightarrow 6a=5b,$ 2p

deci $a\in\{5,10\}$ și $b\in\{6,12\}$ 2p

Numerele căutate sunt: 71 și 142. ....1p

SUBIECTUL IV

Dintre numerele 2^{213} și 3^{142} numărul mai mare se înmulțește cu 24 iar numărul mai mic se înmulțește cu 18. Arătați că diferența numerelor astfel obținute este divizibilă cu 72.

Rezolvare:

Comparăm cele două numere:

$2^{213}=2^{3\cdot 71}=(2^3)^{71}=8^{71}$ iar...1p

$3^{142}=3^{2\cdot 71}=(3^2)^{71}=9^{71}$, ...1p

deci 3^{142} este mai mare.

$3^{142}\cdot 24-2^{213}\cdot 18=$ 2p

$3^{142}\cdot 2^3\cdot 3-2^{213}\cdot 2\cdot 3^2=$

$3^{143}\cdot 2^3-2^{214}\cdot 3^2=2^3\cdot 3^2\cdot(3^{141}-2^{211})=$ 2p

$72\cdot(3^{141}-2^{211})$ 1p

Se punctează orice rezolvare corectă diferită de cea din barem