

OLIMPIADA DE MATEMATICA

ETAPA LOCALA

18 ianuarie 2014

Clasa a IX-a (profil real, matematica-informatica)

Subiectul 1

Sa se arate ca daca $a, b, c > 0$, atunci

a) $\frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} + \frac{a+b}{c} \geq 6$

b) $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} \geq \frac{3}{2}$

c)

Subiectul 2

Sa se demonstreze ca $\forall n \in \mathbf{N}, n \geq 2$ are loc

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{7}{9} \cdot \dots \cdot \frac{4n-1}{4n+1} < \sqrt{\frac{3}{4n+3}}$$

Subiectul 3

Se considera hexagonal regulat ABCDEF si punctele $M \in (AC)$, $N \in (CE)$ astfel

incat $\frac{AM}{AC} = \frac{CN}{CE} = \alpha$.

a) Sa se exprime vectorii \overline{BM} si \overline{BN} in functie de α , \overline{BA} si \overline{BC}

b) Sa se afle α , daca punctele B, M si N sunt coliniare

Subiectul 4

Fie A_1, B_1, C_1 mijloacele laturilor [BC], [AC], [AB] ale triunghiului ABC.

Consideram $M \in [AA_1]$, $N \in [BB_1]$, $P \in [CC_1]$ astfel incat $\frac{MA}{MA_1} = \frac{NB}{NB_1} = \frac{PC}{PC_1} = \frac{2}{3}$.

Sa se demonstreze ca triunghiurile MNP si ABC sunt asemenea. Care este raportul de asemanare?

NOTA: Toate subiectele sunt obligatorii

Timp de lucru: 3 ore

Fiecare subiect rezolvat corect se puncteaza cu 7 puncte

OLIMPIADA DE MATEMATICA
ETAPA LOCALA

18 ianuarie 2014

Clasa a IX-a (profil real, matematica-informatica)

Barem de corectare si notare

c1p

$c \geq 2$ 1p

Finalizare.....1p

b) Notam $b + c = 2A, c + a = 2B, a + b = 2C$, de unde

$$a + b + c = A + B + C, \text{ deci } a = -A + B + C$$

$$b = A - B + C$$

$c = A + B - C$2p

2.....1p

Finalizare.....1p

2) Se demonstreaza prin inductie

matematica.....1p

11 "a".....2p

Demonstratia

$P(k)"a" \Rightarrow P(k + 1)"a"$4p

$1 - \alpha$1p

$$\overline{BM} = (1 - \alpha)\overline{BA} + \alpha\overline{BC} \dots\dots\dots 2p$$

$$\begin{matrix} BN \\ = \end{matrix} 2\alpha\overline{BA} + (1 + \alpha)\overline{BC} \dots\dots\dots 2p$$

b) B, M, N coliniare \Leftrightarrow vectorii BM si BN sunt coliniari \Leftrightarrow

3.....2p

12p

5.....2p

5, deci $\Delta MNP \sim \Delta ABC$, iar raportul de asemanare este $\frac{2}{5}$2p