OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
15.02.2014
CLASA a V-a

SUBIECTUL I

1. Să se compare numerele:

a) 8^{671} cu 4^{1007}; *b)* 2^{861} cu 5^{369}.

Emil Mitrache, Râmnicu Vâlcea

2. Demonstrați că $3^{5001}+4^{4001}<7^{3001}$.

Ion Safta, Pitești, G.M.

BAREM DE CORECTARE ŞI NOTARE

1. *a)* $8^{671}=\left(2^3\right)^{671}=2^{2013}$ 1p

$4^{1007}=\left(2^2\right)^{1007}=2^{2014}$. Deci $8^{671}<4^{1007}$. 1p

b) $2^{861}=\left(2^7\right)^{123}=128^{123}$ 1p

$5^{369}=\left(5^3\right)^{123}=125^{123}$. Deci $2^{861}>5^{369}$. 1p

2. $7^{3001}=7^{3000}\cdot 7=3\cdot 7^{3000}+4\cdot 7^{3000}$ 1p

$$\left.\begin{aligned}3^{5000}&=\left(3^5\right)^{1000}=243^{1000}\\7^{3000}&=\left(7^3\right)^{1000}=343^{1000}\end{aligned}\right\}\Rightarrow 3^{5000}<7^{3000}\Rightarrow 3^{5001}<3\cdot 7^{3000}$$ 1p

$$\left.\begin{aligned}4^{4000}&=\left(4^4\right)^{1000}=256^{1000}\\7^{3000}&=\left(7^3\right)^{1000}=343^{1000}\end{aligned}\right\}\Rightarrow 4^{4000}<7^{3000}\Rightarrow 4^{4001}<4\cdot 7^{3000}$$ 1p

MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
15.02.2014
CLASA a V-a

SUBIECTUL al II-lea

Fie $A=\left\{\overline{abcd} \;\middle|\; \overline{ab}=\overline{cd}+6; a\neq 0; c\neq 0\right\}$

a) Stabiliți dacă 2014, respectiv 2020, aparțin mulțimii A.

b) Aflați restul împărțirii unui element oarecare $\overline{abcd}$ din A la 101.

c) Dacă S este suma tuturor elementelor din mulțimea A, arătați că S nu este pătrat perfect.

Marcel Neferu, Drăgășani

BAREM DE CORECTARE ŞI NOTARE

a) $20=14+6 \Rightarrow 2014\in A.$ ....$1p$

$20\neq 20+6 \Rightarrow 2020\notin A.$ ....$1p$

b) $\overline{abcd}=\overline{ab}\cdot 100+\overline{cd}=\left(\overline{cd}+6\right)\cdot 100+\overline{cd}=101\cdot\overline{cd}+600$ ....$1p$

$\overline{abcd}=101\left(\overline{cd}+5\right)+95 \Rightarrow r=95$ ......$1p$

c) $S=491871$ ....$1p$

$S=4k+3 \Rightarrow S$ nu este pătrat perfect ....$2p$

(Sau $S \,\vdots\, 3,\ S \not\vdots\, 3^2$)

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
15.02.2014
CLASA a V-a

SUBIECTUL al III-lea

Fie $A=\{1;2;3;...;2014\}$.

a) Câte elemente din A sunt divizibile cu 48?

b) Câte elemente din A sunt divizibile cu 48 sau 80?

c) Determinați submulțimile lui A care au suma elementelor egală cu 2029100.

Gheorghe Ciucă, Râmnicu Vâlcea

BAREM DE CORECTARE ŞI NOTARE

a) 41 de elemente ......$1p$

b) 25 de elemente divizible cu 80 ......$1p$

8 elemente divizible cu 80 și 48 ......$1p$

$41+25-8=58$ divizibile cu 48 sau 80 ......$1p$

c) $1+2+3+...+2014=2029105$ ......$1p$

$A_1=\{1;4;5;6;...;2014\}=A-\{2;3\}$ ......$0,5p$

$A_2=\{2;3;5;6;7;...;2014\}=A-\{1;4\}$ ......$0,5p$

$A_3=\{1;2;3;4;6;7;8;...;2014\}=A-\{5\}$ ......$1p$

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
15.02.2014
CLASA a V-a

SUBIECTUL al IV-lea

Numim număr „ *preferat* ” orice număr de trei cifre diferite, format cu cifrele 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, care are proprietatea că produsul cifrelor sale este pătrat perfect.

De exemplu, 149 este număr „*preferat* ”**,** iar 245 nu este număr „ *preferat*”.

a) Scrieţi două numere „ *preferate* ”care au cifra unităţilor 2.

b) Câte numere „ *preferate* ”există în total ?

c) Stabiliți dacă suma tuturor numerelor „ *preferate”* este pătrat perfect.

Gheorghe Radu, Râmnicu Vâlcea

BAREM DE CORECTARE ŞI NOTARE

a) 362 şi 632 sunt numere „ *preferate* ” , pentru că $2\cdot3\cdot6=36=6^2$ …………………1,5 p

b) Cu cifrele 2, 3, 6 sunt 6 numere „ *preferate* ” : 236, 263, 326, 362, 623, 632 …… 0,5p

$1\cdot4\cdot9=36=6^2$. Cu cifrele 1, 4, 9 sunt 6 numere „ *preferate* ”:

149, 194, 419, 491, 914, 941. ………………………………………………………... 0,5p

$1\cdot2\cdot8=16=4^2$. Cu cifrele 1, 2, 8 sunt 6 numere „ *preferate* ”:

128, 182, 218, 281, 812, 821. ………………………………………………………... 0,5p

$2\cdot4\cdot8=64=8^2$. Cu cifrele 2, 4, 8 sunt 6 numere „ *preferate* ”:

248, 284, 428, 482, 824, 842 . ……………………………………………………….0,5p

$2\cdot8\cdot9=144=12^2$. Cu cifrele 2, 8, 9 sunt 6 numere „ *preferate* ”:

289, 298, 829, 892, 928, 982..……………………………………………………….0,5p

$3\cdot6\cdot8=144=12^2$. Cu cifrele 3, 6, 8 sunt 6 numere „ *preferate* ”:

368, 386, 638, 683, 836, 863. ………………………………………………………..0,5p

Total : $6\cdot6=36$ numere „ *preferate* ” …..……….……………………………….0,5p

c) Dacă *a, b, c* sunt cifrele unui număr „ *preferat* ”, atunci fiecare apare în seria de 6 numere de două ori pe locul unităţilor, de două ori pe locul zecilor şi de două ori pe locul sutelor, prin urmare suma numerelor „ *preferate* ” formate cu aceste cifre este egală cu:

$2\cdot111\cdot(a+b+c)=222\cdot(a+b+c)$.

$S=222\cdot(2+3+6)+222\cdot(1+4+9)+222\cdot(1+2+8)+222\cdot(2+4+8)+222\cdot(2+8+9)+$
$+222\cdot(3+6+8)=222\cdot(11+14+11+14+19+17)=222\cdot86=19\,092$……………1,5 p

$U(S)=2\Rightarrow S$ nu este pătrat perfect. …… 0,5p