**Olimpiada Națională de Matematică -etapa locală**

**15 februarie 2015-PITEȘTI**

**Clasa a V-a**

**SUBIECTE:**

**1.** Se consideră numerele naturale x, z, y astfel încât 9 ⋅ x – 5 = 13 ⋅ y + 4 ⋅ z.

Determinați restul împărțirii sumei x + z la 13 și restul împărțirii sumei z + y la 9.

**2.** Scrieți numărul S = (1 ⋅ 2 + 2 ⋅ 3 + 3 ⋅ 4 + ... + 100 ⋅ 101) – 5050 ca sumă de pătrate de numere naturale.

**3.** Determinați valorile naturale ale lui n și cifra nenulă x pentru care are loc relația:

 

**4.** Se consideră mulțimea 

**a)** Verificați dacă 2828 ∈ A și 17921792 ∈ A.

**b)** Demonstrați că A conține o infinitate de elemente de forma nn cu n număr natural nenul.

***GM1/2012***

**Notă:**

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect este notat cu 7 puncte

Timp de lucru 2 ore.

**Olimpiada Națională de Matematică- etapa locală**

**15 februarie 2015-PITEȘTI**

**Clasa a V-a**

# BAREM de CORECTARE si NOTARE:

**1.**Rezolvarea subiectului .........7p

**2.**

S = 1 ⋅ (1 + 1) + 2 ⋅ (2 + 1) + 3 ⋅ (3 + 1) + ... + 100 ⋅ (100 + 1) – 5050 ......... 2p

S = 12 + 1 + 22 + 2 + 32 + 3 + ... + 1002 + 100 – 5050 ......... 1p

S = (12 + 22 + 32 +... + 1002) + (1 + 2 + 3 + ... + 100) – 5050 ......... 1p

S = (12 + 22 + 32 +... + 1002) + 5050 – 5050 ......... 2p

S = 12 + 22 + 32 +... + 1002 ......... 1p

**3**. 3n (36 + 35 + 34 + 2 ⋅ 33 + 4) = 1111*x* ........ 1p

3n ⋅ 1111 = 1111*x* ......... 1p

3n = *x, x* cifră ......... 2p

Avem următoarele posibilități:

*x* = 1, n = 0 ........ 1p

*x* = 3, n = 1 ......... 1p

*x* = 9, n = 2 ......... 1p

**4. a)** 2828 = 2827 ⋅ 28 = 2827 ⋅ (27 + 1) = 2827 ⋅ (33 + 1) ......... 1p

2828= (289 ⋅ 3)3 + (289 ⋅ 1)3 ⇒ 2828 ∈ A ......... 1p

17921792 = 17921791 ⋅ 1792 = 17921791 ⋅ (123 + 43) ......... 1p

17921792= (1792597  ⋅ 12)3 + (1792597  ⋅ 4)3 ⇒ 17921792 ∈ A ......... 1p

**b)** Considerăm

 ......... 1p

Vom avea:



 ......... 1p

Cum k este număr natural, deducem că există o infinitate de numere nn ∈ A. ......... 1p

 **Notă:**

Orice altă soluţie corectă se punctează corespunzător.