

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ-GIURGIU-22.02.2014
CLASA a XI-a

- 1) Se consideră șirul $(x_n)_{n \geq 1}$ cu $x_1 = \frac{3}{2}$ și $x_{n+1} = x_n^2 - 3x_n + 4, \forall n \geq 1$.

Calculați $\lim_{n \rightarrow \infty} \prod_{k=1}^n (x_k - 1)$.

Șerban Olteanu , Giurgiu

- 2) Fie șirul $(x_n)_{n \geq 1}$, în care $x_1 = \frac{7}{2}, x_2 = \frac{13}{4}$ și $x_{n+2} = \frac{3x_{n+1} - x_n}{2}, \forall n \geq 1$.

- a) Arătați că șirul $(x_n)_{n \geq 1}$ este convergent și aflați limita lui.
 b) Precizați câți termeni ai șirului nu se află în intervalul $(2,96875 ; 3,03125)$

Gazeta Matematică

- 3) Fie determinantul

$$d_4 = \begin{vmatrix} 5 & 8 & 16 & 32 \\ 8 & 17 & 32 & 64 \\ 16 & 32 & 65 & 128 \\ 32 & 64 & 128 & 257 \end{vmatrix}.$$

Să se determine $n \in \mathbb{N}^*$, dacă $d_4 = p_n p_{n+6}$, unde p_n

este al n-lea număr prim.

Paul Băiatu , Giurgiu

- 4) Se consideră matricea

$$M(x) = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} & \frac{-x}{\sqrt{1-x^2}} & 0 \\ \frac{-x}{\sqrt{1-x^2}} & \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \text{ unde } x \in (-1, 1).$$

- a) Arătați că $M(x)M(y) = M\left(\frac{x+y}{1+xy}\right), \forall x \in (-1, 1)$
 b) Calculați $M^{2014}\left(\arccos\left[\frac{\pi}{2}\right]\right)$, unde [a] este partea întreagă a numărului a.
 c) Calculați $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\det M\left(\frac{1}{2014}\right) + \frac{1}{\sqrt{n^2+2014}}\right)^{2014n}$

Mădălina Mocanu , Giurgiu