OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală, Iaşi

14.02.2014

CLASA a VII-a

Problema 1. Determinați numerele naturale $\overline{ab}$ cu proprietatea că $\sqrt{a+\sqrt{\overline{ab}}}=a$.

Problema 2. Determinați numerele întregi *a* și *b* știind că: $a^2b^2-11a^2-11b^2=1893$.

GM nr.10/2013

Problema 3. . Se consideră paralelogramul ABCD şi punctele M și N situate pe laturile (CD), respectiv (AB). Demonstrați că: $A_{ABM}+A_{CDN}=A_{ABCD}$.

Problema 4. Punctul O este intersecția diagonalelor trapezului ABCD. Paralela prin O la baza mare [AB] a trapezului intersectează AD și BC în punctele E, respectiv F. Paralela prin O la AD intersectează AB și CD în punctele P, respectiv Q. Punctul R este situat pe latura (AD) astfel încât (AR)≡(DE). Demonstrați că:

a) patrulaterul FQRP este paralelogram;
b) punctul O este mijlocul segmentului (EF).

Claudiu-Ștefan Popa

Toate subiectele sunt obligatorii
Timp de lucru: 3 ore.
Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală, Iaşi

14.02.2014

Clasa a VII-a

Barem corectare şi notare

P1. $a+\sqrt{\overline{ab}}=a^2$ …………………………………………………………………………1 p

$\sqrt{\overline{ab}}=a(a-1)$ ……………………………………………………………………………1 p

$\overline{ab}=a^2(a-1)^2$ (pătrat perfect) …………………………………………………………… 1 p

Observă că pentru $a\geq 4 \Rightarrow a^2(a-1)^2\geq 144$ ………………………………………………1 p

Deduce că $a\in\{1,2,3\}$ …………………………………………………………………………… 1p

$\overline{ab}=36$ ……………………………………………………………………………………… 2p

P2. Deduce relația $a^2(b^2-11)=11b^2+1893$ ……………………………………………………1p

Determină $a^2=\frac{11b^2+1893}{b^2-11}=11+\frac{2014}{b^2-11}$ ……………………………………………………1p

$a^2\in\mathbb{N}\Rightarrow (b^2-11)\mid 2014$ ……………………………………………………………………2p

Obține: S={(7,8), (7,-8), (-7,8), (-7, -8), (8,7), (8,-7), (-8,7), (-8,-7)} ……………………………3p

P3 $d(M,AB)=d(N,CD)$ ………………………………………………………………………… 2p

Aria paralelogramului ABCD …………………………………………………………………… 1p

Arată că $A_{ABM}=A_{CDN}=\frac{1}{2}A_{ABCD}$ …………………………………………………………… 2p

Finalizează……………………………………………………………………………………………2p

P4.

a) QF||BD ……………………………………………………………………………………1p
PR||BD ……………………………………………………………………………………1p
RQ||AC ……………………………………………………………………………………1p
PF||AC ……………………………………………………………………………………1p
Finalizează……………………………………………………………………………………1p

b) Dacă RF∩PQ={M}, atunci RM=MF……………………………………………………… 1p
Arată că (OM) linie mijlocie în triunghiul FER ……………………………………………… ..1p

Orice altă rezolvare corectă se notează cu punctaj maxim.