

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
etapa locală – 18 februarie 2016

CLASA A VI-A
SUBIECTE

1. a) Numerele naturale x și y verifică relațiile $[x,2016] = [y,2016]$ și $(x,2016) = (y,2016)$.
Arătați că $x = y$. (prin $[x,y]$ se înțelege c.m.m.m.c., iar prin (x,y) se înțelege c.m.m.d.c.)
b) Aflați numerele \overline{xyz} cu proprietatea că : $[x,y,z]^3 = \overline{xyz}$

R. M. T.

2. Arătați că $A = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2016}\right) + \left(\frac{2}{3} + \frac{2}{4} + \dots + \frac{2}{2016}\right) + \left(\frac{3}{4} + \frac{3}{5} + \dots + \frac{3}{2016}\right) + \dots + \left(\frac{2014}{2015} + \frac{2014}{2016}\right) + \frac{2015}{2016}$ este număr natural.

3. Fie punctele $A_0, A_1, A_2, \dots, A_n$ situate în această ordine pe o dreaptă d astfel încât $A_0A_1 = 1$ cm, $A_1A_2 = 2$ cm, $A_2A_3 = 3$ cm, $\dots, A_{n-1}A_n = n$ cm.

- a) Determinați numărul natural n astfel încât $A_0A_n = 2016$ cm.
b) Arătați că lungimea segmentului $[A_0A_{24}]$ este triplul lungimii segmentului $[A_8A_{16}]$.

4. În jurul punctului O se consideră unghiurile $\sphericalangle AOB$, $\sphericalangle BOC$, $\sphericalangle COD$, $\sphericalangle DOE$, $\sphericalangle EOA$ astfel încât $m(\widehat{BOC}) - m(\widehat{AOB}) = m(\widehat{COD}) - m(\widehat{BOC}) = m(\widehat{DOE}) - m(\widehat{COD}) = m(\widehat{EOA}) - m(\widehat{DOE})$ și $m(\widehat{EOA}) = 2 \cdot m(\widehat{AOB})$.

Arătați că punctele A, O, D sunt coliniare.

NOTĂ :

Toate subiectele sunt obligatorii.
Țimpul de lucru este de 2 ore.
Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.