Ministerul Educației Naționale
Inspectoratul Şcolar Județean Vrancea
Centrul Metodic Focşani I

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
Faza locală -09.02.2013
Clasa a V-a

Subiectul I

Arătați că numărul $M = 3 \cdot (1+3^0+3^2) \cdot (1+2\cdot 3+2\cdot 3^3) + 2\cdot(1+2+3+...+2012)$ este pătratul unui număr natural.

Prof. Gheorghe Condorovici

Subiectul II

Un număr de trei cifre are primele două cifre identice, iar a treia cifră este5. Acest număr se împarte la un număr de o cifră şi se obține restul 8. Să se găsească deîmpărțitul, împărțitorul şi câtul.

Etapa locala –Dej 2012

Subiectul III

Fie şirul de numere naturale: 2, 3, 5, 9, 17, 33, …
a) Scrieți următoarele trei numere ale şirului
b) Aflați ultima cifră a numărului de pe locul 2013

Prof. Marinela Suliman

Subiectul IV

Se consideră opt numere naturale distincte. Efectuând toate sumele oricăror şapte numere, din cele opt, se obțin rezultatele: 42, 47, 50, 52, 54, 55, 56, 57. Determinați cele opt numere.

Gazeta Matematică Nr. 12/2012

Notă:
Timp de lucru: 2ore.
Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect rezolvat corect primeşte 7 puncte.

Ministerul Educației Naționale
Inspectoratul Şcolar Județean Vrancea
Centrul Metodic Focşani I

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
Faza locală -09.02.2013
Clasa a V-a
Barem de corectare şi notare

Subiectul I.

$3\cdot(1+1+9)\cdot(1+6+54)$………………………………………………….. 1p
$3\cdot 11\cdot 61=2013$ ………………………………………………………….. 1p
M=$1+2+3+...+2012=2012\cdot 2013:2$ ……………………………………..... 2p
$M=2013+2\cdot 2012\cdot 2013:2$ ………………………………………………… 1p
$M=2013\cdot(1+2012)$……………………………………………………….. 1p
$M=2013^2$ ……………………………………………………………….. 1p

Subiectul II.

$\overline{aa5}=b\cdot c+8$, 8<b, b cifră $\Rightarrow b=9$ (împărțitorul)..................................... 2p
$110a+5=9c+8$ ……………………………………………………… 1p
110a=3(3c+1)……………………………………………………………….. 1p
$a\in\{3,6,9\}$……………………………………………………………….. 1p
c = 73 (câtul)……………………………………………………………... 1p
$\overline{aa5}=665$ (deîmpărțitul)…………………………………………………. 1p

Subiectul III.

a) $2=2^0+1$; $3=2^1+1$; $5=2^2+1$; $9=2^3+1$, $17=2^4+1$;……… 2p
Următorii trei termeni sunt: $65=2^6+1$; $129=2^7+1$; $257=2^8+1$……..... 2p
b) Numărul de pe locul 2013 este: $2^{2012}+1$…………………………… 1p
$2^{2012}+1=2^{503\bullet 4}+1=\overline{......6}+1=\overline{........7}$ …………………………………… 2p

Subiectul IV.

Notăm cu $S=a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6+a_7+a_8 \Rightarrow$
$a_1+42=S$; $a_2+47=S$; $a_3+50=S$; $a_4+52=S$
$a_5+54=S$; $a_6+55=S$; $a_7+56=S$; 2
$a_8+57=S$ ………………………….. p
Din relațiile de mai sus, adunându-le membru cu membru,

obținem: $S + 413 = 8S$ ………………………………………………………………… 2 p
….

S=413:7=59………………………………………………………………………… 1 p
….

$a_1 = 59 - 42 = 17$; $a_2 = 59 - 47 = 12$; $a_3 = 59 - 50 = 9$; $a_4 = 59 - 52 = 7$;

$a_5 = 59 - 54 = 5$; $a_6 = 59 - 55 = 4$; 2 p

$a_7 = 59 - 56 = 3$; $a_8 = 59 - 57 = 2$; ………………..

MINISTERUL EDUCA□IEI NA□IONALE
INSPECTORATUL □COLAR AL JUDE□ULUI VRANCEA
CENTRUL METODIC FOC□ANI II

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

Etapa locală- 09.02.2013

Clasa a V-a

1. Determina□i numerele naturale □tiind căîmpăr□ite la 7 dau câtul □i restul *a*.

2. Se consideră opt numere naturale distincte. Efectuând toate sumele oricăror □apte numere,din cele opt,se ob□in rezultatele:42; 47; 50; 52; 54; 55; 56, respectiv 57. Afla□i cele opt numere.

G.M. 12/2012

3. Un număr natural se nume□te "olimpic"dacă are trei cifre □i cifra din mijloc este egală cu suma dintre prima cifră□i ultima cifră.

Exemplu:352,unde 5=3+2;
440,unde 4=4+0;
187, unde 8 = 1+7.

a)Care este diferen□a dintre cel mai mare □i cel mai mic număr "olimpic"?
b)Câte numere "olimpice"sunt?Justifica□i răspunsul.

4. a) Care dintre numerele □i este mai mare?
Dar dintre numerele □i ?

b)Se considera tabloul cu 100 de linii:

1
1 2 1
1 2 3 2 1
1 2 3 4 3 2 1
1 2 3 4 5 4 3 2 1
…………………………………………………

De câte ori apare în acest tablou numărul 19?

- **Fiecare subiect rezolvat corect va fi notat cu 7 puncte**
- **Nu se acordă puncte din oficiu**

MINISTERUL EDUCA□IEI NA□IONALE
INSPECTORATUL □COLAR AL JUDE□ULUI VRANCEA
CENTRUL METODIC FOC□ANI II

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

Etapa locală- 09.02.2013

Clasa a V-a BAREM

1. …………
……………………………………………………2p
……………………1p
a este nr. par; a <7; ………………..…………………………………………..1p
…..……………………………………………………1p
……………………………………………..…………1p
……..…………………………………………..…………1p

2. Notez suma celor 8 numere cu S ……...2p
…………………..……………………………………………………….2p
………………...……………………………………………………..1p
Numerele sunt:17; 12; 9; 7; 5; 4; 3; 2……………….…………………………………….2p

3. **a)** Cel mai mic număr olimpic este110, cel mai mare este 990……………………….…..2p
b) Nr. are forma ……………………………………………1p
b=1; b=22nr; b=33nr…….b =99nr……………………………………..3p
În total sunt 45 numere olimpice…………………….……………………………………….1p

4. **a)** ; x<y……………………………………....2p
…………………………………………1p
……………………………………………………………………..0,5p
t<z……………………………………………………………………………..0,5p
b) 19 apare o data pe a 19-a linie…………………………………………….………...1p
si de 2 ori pe urmatoarele 81 de linii……………………………………..…………1p
în total 19 apare de 163 de ori…………………………………………..……………..1p

MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE
Centrul Metodic Gugeşti

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
CLASA A V-A
ETAPA LOCALĂ- 09. 02. 2013

Subiecte:

1. (7p.) La o reuniune participă 89 de fete și băieți. Primul băiat aduce 6 flori, al doilea băiat aduce 7 flori, al treilea băiat aduce 8 flori si tot așa, ultimul băiat aducând un număr de flori egal cu numărul fetelor.
   a) Câte fete si câți băieți au participat la reuniune?
   b) Arătați că numărul total de flori aduse nu este un pătrat perfect.

2. (7p.) Fie mulțimile

$$A=\left\{x \mid x\in\mathbb{N}, x=\overline{4ab6} \text{ si } x \vdots 9\right\}$$

$$B=\left\{y \mid y\in\mathbb{N}, y=\overline{45c6}, 4 \text{ divide y}\right\}$$

Să se calculeze $A\cup B$, $A\cap B$, A\B, B\A

3. (7p) Se consideră numărul natural:

$$\text{A} =\left(2^2\cdot 25\right)^2:\left[3^{2013}:3^{2011}+\left(2^{1006}\cdot 2^{1007}\right):2^{2013}\right]-110\cdot\left[\left(5^3\right)^2:25^2-2^3\cdot 2\right]-7$$

   a) Aflați numărul A.
   b) Să se determine numărul natural n, pentru care $2^n < A < 2^{n+1}$

4. (7p). Determinați valorile naturale ale numărului n si cifra x pentru care
$$3^{n+6}+3^{n+5}+3^{n+4}+2\cdot 3^{n+3}+4\cdot 3^n=\overline{xxxx}$$

E:14394, Gazeta matematica , 2012

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii
Timp de lucru 2 ore

Subiecte selectate şi propuse de
*Prof. **Zaharia Rică**,*
Școala gimnazială Alexandru Vlahuță" Gugești
*Prof. **Zaharia Carmen Aurora**,*
Școala gimnazială Cândești

MINISTERUL EDUCAȚIEI NA□IONALE
Centrul Metodic Gugeşti

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
CLASA A V-A
ETAPA LOCALĂ- 09. 02. 2013
BAREM DE CORECTARE

Notă : Orice alta rezolvare corectă a subiectelor, alta decat cea din barem, se punctează corespunzător

1.a	primul baiat………..6 flori (1 + 5) al doilea băiat ……..7 flori (2 + 5) …………………………………….. al *x*- lea baiat …….. ……..(*x* + *5)* flori De aici , rezulta ca nr de băie□i este *x*, iar numărul de fete este *x*+ *5* $x + x + 5 = 89$, adică $2x + 5 = 89$, de unde $x = 42$ *42* băieti, *47* fete	 1p 1p 1p 1p
1.b	*N* = număr de flori *N* = 6 +7 + 8+ …+47 *N* = 47.48: 2 – (1+2+3+4+5) *N* =1128 - 15 =1113 *u(N)* = 3 , de aici N nu este pătrat perfect	 1p 1p 1p
2	$\overline{4ab6}\,\vdots\,9 \Leftrightarrow (4+a+b+6)\,\vdots\,9 \Leftrightarrow (10+a+b)\,\vdots\,9 \Leftrightarrow$ $(a;b) \in \{(0;8),(1;7),(2;6),(3;5),(4;4),(5;3),(6;2),(7;1),(8;0),(8;9),(9,8)\} \Rightarrow$ $A = \{4086, 4176, 4266, 4356, 4446, 4536, 4626, 4716, 4806, 4896, 4986\}$ $\overline{45c6}\,\vdots\,4 \Leftrightarrow \overline{c6}\,\vdots\,4 \Leftrightarrow c \in \{1,3,5,79\} \Rightarrow$ $B = \{4516, 4536, 4556, 4576, 4596\}$ $A \cup B$ $A \cap B$ $A \setminus B, B \setminus A$	 1p 1p 1p 1p 1p 1p 1p
3.a	$A = (2^2 \cdot 25)^2 : \left[3^{2013} : 3^{2011} + (2^{1006} \cdot 2^{1007}) : 2^{2013}\right] - 110 \cdot \left[(5^3)^2 : 25^2 - 2^3 \cdot 2\right] - 7 =$ $= 10000 : (3^2 + 2^0) - 110 \cdot (5^6 : 5^4 - 2^4) - 7 =$ $= 1000 - 110.9 - 7 =$ $= 1000 - 990 - 7 =$ $= 10 - 7 = 3$	 1p 1p 1p 1p
3.b	$2^n < A < 2^{n+1} \Leftrightarrow 2^n < 3 < 2^{n+1}$ dar 2< 3 < 4 $\Leftrightarrow 2^1 < 3 < 2^2$ $n = 1$	1p 1p 1p

4	$3^{n+6}+3^{n+5}+3^{n+4}+2\cdot 3^{n+3}+4\cdot 3^{n}=\overline{xxxx}\Leftrightarrow$ $3^{n}\cdot 3^{6}+3^{n}\cdot 3^{5}+3^{n}\cdot 3^{4}+2\cdot 3^{n}\cdot 3^{3}+4\cdot 3^{n}=x\cdot 10^{3}+x\cdot 10^{2}+x\cdot 10+x\Leftrightarrow$ $3^{n}\cdot\left(3^{6}+3^{5}+3^{4}+2\cdot 3^{3}+4\right)=1111\cdot x\Leftrightarrow$ $3^{n}\cdot(729+243+81+54+4)=1111\cdot x\Leftrightarrow$ $3^{n}\cdot 1111=1111\cdot x\Leftrightarrow$ $3^{n}=x$, cu x cifra $\Rightarrow$ $n\in\{0,1,2\}\Rightarrow x\in\{1,3,9\}$	2p 1p 1p 1p 1p 1p

MINISTERUL EDUCATIEI, CERCETARII, TINERETULUI SI SPORTULUI

INSPECTORATUL SCOLAR AL JUDETULUI VRANCEA

CentrulMetodic -Panciu

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA ZONALĂ – 9 FEBRUARIE 2013

CLASA A V-A

Subiectul I (din culegere probleme)

Compara☐i numerele:

$a = 2^{3n+2} - 2^{3+1} - 2^{3n}$, $b = 3^{2n+1} - 2 \cdot 3^{2n}$

Subiectul II (din culegere probleme)

Afla☐i elementele mul☐imilor A ☐i B care îndeplinesc simultan condi☐iile:

a) A B = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}

b) A B = {3, 4}

c) A {5, 6, 7} =

d) {1, 2} B ≠

Subiectul III (din manual)

Simplifica☐i frac☐ia:

Subiectul IV (Gazeta matematica)

Andrei este cel mai mic dintre 5 fra☐i ☐i Barbu cel mai mare. Emil este mai mic decât Călin. Dumitru este mai mare decât Emil ☐i decât Călin. Fiecare dintre fra☐i diferă de următorul cu un acela☐i număr întreg de ani (se consideră ani împlini☐i, exprima☐i prin numere întregi).

1. Să se scrie în ordinea crescătoare a vârstei cei cinci fra☐i.
2. Dacă mijlociul are 7 ani care este suma vârstelor?
3. Care este maximul vârstei pe care ar putea-o avea cel mare?

Realizat de: Prof. Marieana Nedeloiu - ☐coala Gimnazială nr. 1 Străoane

Prof. Stanciu Ionel - ☐coala Gimnazială Soveja

MINISTERUL EDUCATIEI, CERCETARII, TINERETULUI SI SPORTULUI

INSPECTORATUL SCOLAR AL JUDETULUI VRANCEA

CentrulMetodic -Panciu

CLASA a V-a

Barem de notare

Subiectul I

$a = 2^{3n+2} – 2^{3n+1} – 2^{3n} = 2^{3n} \cdot 2^2 – 2^{3n} \cdot 2 – 2^{3n}$ ________________________________ 1 p.

$= 2^{3n} \cdot (2^2 – 2 - 1)$____ 1 p.

$= 2^{3n} \cdot (4-2-1) = 2^{3n} \cdot 1 = 2^{3n}$ ____ 1 p.

$b = 3^{2n+1} - 2\cdot 3^{2n} = 3^{2n} \cdot (3 - 2)$ ____ 1 p.

$= 3^{2n} \cdot 1= 3^{2n}$ ____ 1 p.

$a = 2^{3n} = (2^3)^n = 8^n$ □i $b = 3^{2n} = (3^2)^n = 9^n$__________________________________ 1 p.

Finalizare: $8^n < 9^n$; deci $a < b$ ____________________________________ 1 p.

Subiectul II

b) A B = {3, 4} rezultă {3, 4} apar□ine □i lui A □i lui B_______________________ 1 p.

c) A {5, 6, 7} = rezultă {5, 6, 7} nu apar□ine lui A; apar□ine lui B_____________ 1 p.

d) {1, 2} B ≠ rezultă {1, 2} apar□ine lui B sau *1* apar□ine lui A □i *2* apar□ine lui B sau 1 lui B □i 2 lui A____ 2 p.

Finalizare: A = {3, 4} □i B = {1, 2, 3, 4, 5, 6,7}___________________________ 1 p.

A = {1, 3, 4} □i B = {2, 3, 4, 5, 6,7}___________________________ 1 p.

A = {2, 3, 4} □i B = {1, 3, 4, 5, 6,7}___________________________ 1 p.

Subiectul III

ab0ab = a · 10000 + b · 1000 + a · 10 + b = 10010a + 1001b________________2 p.

abcabc = a · 100000 + b · 10000 + c · 1000 + a · 100 + b · 10 +c = 100100a+ 10010b +1001c____2 p.

ab0ab = 1001 · (10a +b) = 1001 · ab__________________________________1 p.

abcabc = 1001 · (100a +10b+c) = 1001· abc____________________________1 p.

Finalizare: După simplificare ob□inem: 1p

Subiectul IV

1) Ordinea e următoarea: Andrei, Emil, Călin, Dumitru, Barbu. _______________ 1 p.
2) Călin are 7 ani. Emil □i Dumitru diferă ca vârstă de Călin cu acela□i număr întreg de ani – unul mai pu□in □i altul mai mult. ___________________________________ 1 p.

   Dacă adunăm vârstele lor, ob□inem de două ori vârsta lui Călin, adică vârsta lui Emil + vârsta lui Dumitru = 14 ani.____1 p.

   Ra□ionament analog pentru Andrei □i Barbu: vârsta lui Andrei + vârsta lui Barbu = 14 ani.____1 p.

   Suma vârstelor = 14 + 14 + 7 = 35 ani________________________________ 1 p.

3) Cel mijlociu are 7 ani. Vârstele diferind cu un număr întreg de ani, această diferen☐ă poate fi de:

   Câte un an, rezultă că cel mai mic are 5 ani

   Câte 2 ani, rezultă că cel mai mic are 3 ani

   Câte 3 ani, rezultă că cel mai mic are 1 an

   Câte 4 ani, rezultă că nu se poate.

   Deci diferen☐a între fra☐i poate fi de cel mult câte 3 ani. În aceste condi☐ii, cel mare are 13 ani. ____ 2 p.

MINISTERUL EDUCATIEI NATIONALE
INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEȚULUI VRANCEA

CENTRUL METODIC VIDRA

OLMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
Clasa a V-a

1. Suma a cinci numere naturale consecutive este un număr de forma $\overline{a00a}$.
   Aflați aceste numere.

2. a) Să se rezolve ecuația x+2x+3x+...+17x = 306
   b) pentru x aflat la punctul a) arătați că rezultatul calculului 27^{2x}□81: $(9 \cdot 3^3)^x$ este un pătrat perfect şi un cub perfect.

3. Gigel face cumpărături în două zile, în prima zi mai mult decăt în a doua zi, în valoare de 10007 lei. Aflați cât a cheltuit în fiecare zi Gigel, dacă împărțind valoarea cheltuielilor din prima zi la valoarea cheltuielilor din a doua zi obținând câtul 99 şi restul 7.

4. Fie numărul natural n=$\overline{abcd}$, cu cifre distincte şi a căror sumă este 10. Aflați cel mai mic şi cel mai mare număr cu aceste proprietăți.

S.E12624/Gazeta Matematică –noiembrie 2012

Propunător: prof. Cornea Grațiela , Scoala Gimnazială Nistoreşti

BAREM DE CORECTARE ŞI NOTARE

1. scrierea numerelor consecutive: n-2, n-1, n, n+1, n+2...2p

5n = $\overline{a00a}$...1p

$\overline{a00a} \vdots 5$, a = 5...1p

aflarea numerelor consecutive: 999, 1000, 1001, 1002, 1003.....................................2p

2. **a)** x factor comun 1p

calculul sumei 1+2+3+...+17=153...1p

aflarea soluției ecuației, x=2..1p

b) $27^{2x} = 3^{12}$, 81=3^4, $(9 \cdot 3^3)^x = 3^{10}$...1p

finalizare calcul :3^6...1p

scrierea sub formă de pătrat perfect

$3^6 = (3^3)^2 = 27^2$..1p

scrierea sub formă de cub perfect

$3^6 = (3^2)^3 = 9^3$..1p

3. a+b=10007 lei...1p

a=99b+7..2p

100b+7=10007..2p

a=9907 lei 1p

b=100 lei..1p

4. a+b+c+d=10..1p

1+0+2+7=10, cel mai mic număr de forma $\overline{abcd}$=1027...3p

7+2+0+1=10, cel mai mare număr de forma $\overline{abcd}$=7021..3p

MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII
COLEGIUL NAȚIONAL "AL. I. CUZA"

Olimpiada Națională de Matematică

Etapa locală -februarie 2013

Clasa a V a

SUBIECTUL I

a) Comparați numerele naturale $a = 2^{153} - 2^{151}$ și $b = 3^{102} - 3^{101}$.

b) Știind că $2^{6n+3} + 8^{2n+1} = 2^{2(2n+5)+468}$, $n \in \mathbf{N}$, să se afle restul împărțirii la 5 a numărului

$$S = 2^n + 3^n + 4^n + 9^n.$$

SUBIECTUL II

Aflați toate numerele naturale de forma $\overline{abc}$ care împărțite la $\overline{bc}$ dau câtul 4 și restul egal

cu $\overline{bc}$ - 8. *(G.M.10 – 2012)*

SUBIECTUL III

Să se arate că numerele de forma $x = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot .... \cdot n + 20013$ nu sunt pătrate perfecte pentru orice n număr natural nenul.

SUBIECTUL IV

a) Demonstrați că $a^2 + a$ este număr par , oricare ar fi $a \in \mathbf{N}$.

b) Determinați numărul $\overline{ab}$ știind că cifrele a și b verifică egalitatea:

$$a^2 + a + b + b^2 - 59 = 8^{a-b} .$$

Subiecte propuse de prof. Gicuța Dochioiu

Șc."Duiliu Zamfirescu" Focșani

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect este notat cu 7 puncte

Timp de lucru: 2h 30min

Olimpiada Națională de Matematică

Etapa locala-februarie 2013

Cls a V a

Barem de corectare

SUBIECTUL I

a) a = $2^{151} \cdot 3 =$
$2^{150} \cdot 6 = 8^{50} \cdot 6$ 1p

$b = 3^{101} \cdot 2 = 3^{100} \cdot 6 = 9^{50} \cdot 6$ ....
1p

a □
b...1p

b)
$2^{6n+3} + 2^{6n+3} = 2^{4n+478} \Rightarrow 6n + 4 = 4n + 478 \Rightarrow n = 237$ ....
2p

$u(2^{237} + 3^{237} + 4^{237} + 9^{237}) = 8 \Rightarrow$ restul împăr□irii nr S la 5 este egal cu
3.......................... 2p

SUBIECTUL II

$\overline{abc} = \overline{bc} \cdot 4 + \overline{bc} - 8$,$\overline{bc} - 8$ □
$\overline{bc}$ 1p

$100a + \overline{bc} = 5\overline{bc} - 8 \Rightarrow 100a = 4\overline{bc} - 8 \Rightarrow 25a = \overline{bc} - 2$ ....
3p

$\overline{abc}$ □ { 127, 252, 377
}..3p

SUBIECTUL III

n =1 $\Rightarrow x$ = 20014 divizibil cu 2 dar nu cu $2^2 \Rightarrow$ nu este pătrat perfect.................................1p

n =2 $\Rightarrow$ x = 20015 divizibil cu 5 dar nu cu 25 $\Rightarrow$ nu este pătrat perfect..............................1p

$n = 3 \Rightarrow x = 20019$ divizibil cu 3 dar nu cu 9 $\Rightarrow$ nu este pătrat perfect.................................1p

$n = 4 \Rightarrow x = 20037$ nu este pătrat perfect...1p

Pentru $n \geq 5$, ultima cifra a produsului $1 \cdot 2 \cdot .... \cdot n$ este egală cu 0 $\Rightarrow$ ultima cifră a numărului

x este 0+3=3, deci x nu este pătrar pefect...2p

finalizare...
......1p

SUBIECTUL IV

a) $a^2 + a = a(a+1)$ produs de numere consecutive - este număr par.....................................2p

b) $a(a+1) + b(b+1) - 59 = 8^{a-b} \Rightarrow$ par – impar = impar$\Rightarrow 8^{a-b}$ este număr impar..................2p

$a - b = 0 \Rightarrow a = b$ 1p

$2a^2 + 2a - 59 = 1 \Rightarrow a^2 + a = 30 \Rightarrow a(a+1) = 30 \Rightarrow a = 5$ ....
....1p

numărul căutat este 55. ....1p

Inspectoratul Şcolar al Judeţului Vrancea

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

Etapa locală Adjud – 09 februarie 2013

Clasa a V-a

Subiectul I

Se consideră sumele: $S_1 = 1+2+2^2+2^3+\ldots+2^{2011}$

$S_2 = 1+2+3+\ldots+2009$

Arătați că $S_1 - S_2$ se divide cu 10.

Subiectul II

Suma a trei numere este 240. Dacă din fiecare număr se scade același număr, se obțin numerele 25, 56 și 120. Aflați cele trei numere.

Subiectul III

Se dau numerele: $a = (2^0 + 8^{21} : 16^{15} + 6 \cdot 27^{10} : 81^7)^{63}$

$b = (2^{2^5} : 2^{5^2} + 1)^{54}$

Care dintre cele două numere este mai mare?

Subiectul IV

Scrieți numărul 9^{2011} ca o sumă de două cuburi perfecte.

E:14253 G.M. 5/2012

Notă:

- *Toate subiectele sunt obligatorii*
- *Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte*
- *Timp de lucru 2 ore.*

Propunător: *Prof. Marian Matei , Şcoala Gimnazială Ruginești*

INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEŢULUI VRANCEA
OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ ADJUD – 09.02.2013

CLASA a V-a

BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE

- Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.

Subiectul I

$S_1 = 1+2+2^2+2^3+\ldots+2^{2011}$ / $\cdot 2$	
$2\cdot S_1 = 2+2^2+2^3+2^4\ldots+2^{2011}+2^{2012}$	1p
$2\cdot S_1 - S_1 = S_1 = 2^{2012}-1$	1p
$S_2 = 1+2+3+\ldots+2009 = (2009\cdot 2010):2 = 2009\cdot 1005$	1p
$u(S_1) = u(2^{2012}-1) = u(2^{2012})-1 = u((2^4)^{503})-1 = 6-1 = 5$	2p
$u(S_2) = u(2009\cdot 1005) = 5$	1p
$u(S_1 - S_2) = 0$, deci $S_1 - S_2$ se divide cu 10.	1p

Subiectul II

a+b+c=240, a –x=25, b−x=56, c−x=120	2p
a=x+25. b=x+56, c=x+120	1p
(25+x)+(56+x)+(120+x)=240	
(25+56+120)+(x+x+x)=240	1p
201+3x=240, x=13	1p
a=25+13=38, b=56+13=69, c=120+13.	2p

Subiectul III

$a=(1+2^{63}:2^{60}+6\cdot 3^{30}:3^{28})^{63}$	1p
$a=(1+2^{3}+6\cdot 3^{2})^{63}=63^{63}$	1p
$b=(2^{32}:2^{25}+1)^{54}=(2^{7}+1)^{54}=129^{54}$	2p
$a=63^{63}<64^{63}=(2^{6})^{63}=2^{378}=(2^{7})^{54}=128^{54}<129^{54}$.	3p

Subiectul IV

$9=1+8=1^{3}+2^{3}$	1p
$9^{2011}=9^{2010}\cdot 9=9^{2010}\cdot(1^{3}+2^{3})=$	2p
$=(9^{670})^{3}\cdot(1^{3}+2^{3})=(9^{670})^{3}\cdot 1^{3}+(9^{670})\cdot 2^{3}=$	2p
$=(9^{670})^{3}+(9^{670}\cdot 2)^{3}$	2p

MINISTERUL EDUCATIEI NATIONALE
INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEȚULUI VRANCEA

OLMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ 9 FEBRUARIE 2013
Clasa a V-a

1) Fie $n \in \mathbb{N}^*$ si numerele x, y si z date prin :

$$x=\left\{1^2+2^3\cdot\left[3^4-3\cdot\left(2^5-5\right)\right]\right\}\cdot 2^n$$
$$y=\left[\left(1+2+3+...+10\right):11-2\right]^{n-1}$$
$$z=\left[\left(1+2^2:4\right)-\left(3^2-2^3\right)\right]^3\cdot\left(1002:3-331\right)$$

a) Comparati numerele x, y, z. Discutie.
b) Determinati ultima cifră a numărului $b=x\cdot y\cdot z$

Problemă propusă de prof. Balaban Mirela

2) Numerele x,y,z împărtite la 11 dau resturile 3,2, respectiv 1.

Determinati cel mai mic număr natural n pentru care $11/(2\cdot x+5\cdot y+n\cdot z)$.

Problemă propusă de prof. Balaban Mirela

3) Două caiete, un pix si trei ciocolate costă 89000 lei, iar patru caiete, sapte pixuri si o ciocolată costă 153000 lei.

a) Cât costă la un loc un caiet, un pix si o ciocolată?
b) Cât costă fiecare dintre articole, stiind că un pix costă mai mult cu 8000 lei decât un caiet, iar o ciocolată costă cu 2000 lei mai putin decât caietul si pixul la un loc?

Problemă propusă de prof. Balaban Mirela

4) Aflati numerele naturale care împărtite la 11 dau câtul si restul pătrate perfecte nenule, iar câtul este mai mic decât restul.

Balaban Mirela , G.M. 11/2012

Clasa a V-a

BAREM DE CORECTARE ŞI NOTARE

Notă:orice rezolvare corectă, alta decât în baremul de mai jos, se punctează;

1) $x=\left[1+8\cdot\left(81-3\cdot 27\right)\right]\cdot 2^n$ 1p

$x=\left(1+8\cdot 0\right)\cdot 2^n$ 0,5p

$x=2^n$ 0,5p

$y=\left(10\cdot 11:2:11-2\right)^{n-1}$ 1p

$y=(5-2)^{n-1}$ 0,5p

$y=3^{n-1}$ 0,5p

$z=(2-1)^3\cdot(334-331)$ 0,5p

$z=3$ 0,5p

a) $n=1\Rightarrow y\prec x\prec z$ 1p

$n=2\Rightarrow z=y\prec x$ 1p

$n=3\Rightarrow z\prec x\prec y$ 1p

b) $b=2^n\cdot 3^{n-1}\cdot 3=6^n$ 0,5p

$U(b)=6,\forall n\in \mathbb{N}^*$ 0,5p

2) $x=11\cdot c_1+3;c_1\in \mathbb{N}^*$ 1p

$y=11\cdot c_2+2;c_2\in \mathbb{N}^*$ 1p

$z=11\cdot c_3+1;c_3\in \mathbb{N}^*$ 1p

$2x+5y+nz=11(2c_1+5c_2+nc_3)+6+10+n=M_{11}+5+n$ 2p

$$\left.\begin{matrix}11/5+n\\ n-\min im\end{matrix}\right\}\Rightarrow n=6$$ 2p

3) a)

$2caiete$.................$1pix$.................$3ciocolate$...........$89.000lei$

$4caiete$.................$7pixuri$.............$1ciocolată$...........$153.000lei$

$6caiete$..................$3pixuri$............$9ciocolate$...........$267.000lei$

$10caiete$.................$10pixuri$..........$10ciocolate$.........$420.000lei$

$\Rightarrow 1caiet$................$1pix$................$1ciocolată$............$42.000lei$

(3p)

b) p - prețul caietului

p + 8000 - prețul pixului

p + p + 6000 - prețul ciocolatei

$4p + 8000 + 6000 = 42.000 \Rightarrow p = 7000 lei$ 3p

Prețurile sunt 7000, 15.000, 20.000 lei 1p

4)

$$x : 11 = c(r)$$

$$\left.\begin{array}{l} c \prec r, r \prec 11 \\ r - p.p. \end{array}\right\} \Rightarrow r = \{1, 4, 9\} \text{.........................} 3p$$

$$r = 9 \Rightarrow x = 11 \cdot 4 + 9 = 53 \text{.............................} 2p$$

$$r = 4 \Rightarrow x = 11 \cdot 1 + 4 = 15 \text{..............................} 2p$$