MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE ȘI CERCETĂRII ȘTIINȚIFICE
SOCIETATEA DE ȘTIINŢE MATEMATICE DIN ROMÂNIA
INSPECTORATUL ȘCOLAR AL MUNICIPIULUI BUCUREȘTI

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA PE SECTOR, 21.02.2016

CLASA a V-a

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte. Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete. Timp de lucru: 2 ore.

1. Se aranjează numerele naturale impare astfel:

Linia 1:	1
Linia 2:	3,5
Linia 3:	7,9,11
Linia 4:	13,15,17, 19

………………………

a) Scrieți numerele de pe linia a șaptea.

b) Găsiți primul și ultimul număr de pe linia 101.

c) Arătați că suma numerelor din primele 101 linii este un pătrat perfect.

2. Un număr natural se numește “ *p norocos*” dacă are *p* cifre și este divizibil cu *p*.

a) Care este cel mai mic număr “13 *norocos*” ? (Justificați răspunsul dat)

b) Care este cel mai mare număr ”13 *norocos*”? (Justificați răspunsul dat)

3. Aflați ultimele trei cifre ale numărului natural nenul n , știind că prin împărțirea lui $29n$ la 250 obținem restul 67, iar prin împărțirea lui $23n$ la 200 obținem restul 29 .

(Gazeta Matematica)

4. a) Pe un cerc sunt scrise în ordine numerele naturale de la 1 la 20 în sensul acelor de ceasornic. Prin pas înţelegem să schimbăm locurile a două numere arbitrare din cele 20 de numere scrise pe cerc. Care este numărul minim de pași prin care putem să rearanjăm aceste numere succesiv în sensul contrar acelor de ceasornic?

b) Care este răspunsul la întrebarea pusă la a) dacă pe cerc sunt scrise 21 de numere în sensul acelor de ceasornic de la 1 la 21?

MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE ȘI CERCETĂRII ȘTIINȚIFICE
SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE DIN ROMÂNIA
INSPECTORATUL ȘCOLAR AL MUNICIPIULUI BUCUREȘTI

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA PE SECTOR, 21.02.2016
CLASA a V-a
SOLUȚII ȘI BAREME ORIENTATIVE

Notă: Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte. Se acordă numai punctaje întregi. Orice altă rezolvare se asimilează conform baremului.

Subiectul 1, autor.***

Se aranjează numerele naturale impare astfel:

Linia 1: 1
Linia 2: 3,5
Linia 3: 7,9,11
……………………….

a) Scrieți numerele de pe linia a șaptea.
b) Găsiți primul și ultimul element de pe linia 101.
c) Arătați că suma elementelor din primele 101 linii este un pătrat perfect.

Detalii rezolvare	**Barem asociat**
a)Primele 6 linii conțin 1+2+...+6=21 numere impare . Linia a 7-a este 43, 45, .., 55	1
b)Primele 100 linii conțin (1+2+3+…+100)=5050 numere	1
Linia 101începe cu al 5051 lea număr impar $2\cdot 5050+1=10101$	2
Linia 101 se termină cu $2\cdot 5150+1=10301$	1
c)1+3+5+…10301=10302·5151:2=5151$\cdot 5151=5151^2$	2

Subiectul 2, autor prof. Dana Radu

Un număr natural se numește “ *p norocos* “ dacă are *p* cifre și este divizibil cu *p*.

a) Care este cel mai mic număr “13 *norocos*” ?
b) Care este cel mai mare număr ”13 *norocos*”?

Detalii rezolvare	**Barem asociat**
a) A=$\overline{abcabc}=\overline{abc}\cdot 1001=\overline{abc}\cdot 7\cdot 11\cdot 13 \vdots 13$	1
B=999999999999= (999999$\cdot 10^6$ +999999) $\vdots$ 13 (B are 12 cifre)	1
Cel mai mic număr 13 norocos este B+13 =1000000000012	2
b) 10$\cdot$ B+13 are 14 cifre	1
Cel mai mare număr norocos este deci 10B=9999999999990	2

Subiectul 3, autor Gazeta Matematica

Aflați ultimele trei cifre ale numărului natural nenul *n* , știind că prin împărțirea lui 29*n* la 250 obținem restul 67, iar prin împărțirea lui 23n la 200 obținem restul 29 .

Detalii rezolvare	Barem asociat
29n=250·K+67 și 23n=200·Q+29	1
29n· 4 =1000K+268 ⇒ 116n=1000K+268 (1)	2
23n· 5= 1000Q +145⇒ 115n =1000Q +145 (2)	2
Scăzând relațiile (1) și (2) obținem n=1000(K-Q)+123	1
Restul împărțirii lui n la 1000 este 123.	1

Subiectul 4, autor ***

a) Pe un cerc sunt scrise în ordine numerele naturale de la 1 la 20 în sensul acelor de ceasornic. Prin pas înţelegem să schimbăm locurile a două numere arbitrare din cele 20 de numere scrise pe cerc. Care este numărul minim de pași prin care putem să rearanjăm aceste numere în ordine, în sensul contrar acelor de ceasornic?

b) Care este răspunsul la întrebarea pusă la a) dacă pe cerc sunt scrise 21 de numere în sensul acelor de ceasornic de la 1 la 21?

Detalii rezolvare	Barem asociat
A)Lăsăm numerele 1 și 11 pe loc și schimbăm între ele (2, 20), (3, 19), (4, 18), (5, 17), (6, 16), (7, 15) , (8, 14), (9, 13), (10,12)	2
Numărul minim de schimbări este 9, deoarece în cazul a 8 schimbări rămân în ordine crescătoare 4 numere în sensul acelor de ceasornic	2
B) Lăsăm fixat un număr de exemplu pe 1. Schimbăm între ele (2, 21), (3, 20), (4, 19), (5, 18), (6, 17), (7, 16) , (8, 15), (9, 14),(10,13), (11,12)	2
Numărul minim de schimbări este 10, deoarece în cazul a 9 schimbări rămân în ordine crescătoare 3 numere în sensul acelor de ceasornic.	1