R O M Â N I A
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEŢULUI SĂLAJ
Loc. Zalău, str. Unirii, nr. 2, Tel: 0260-661391, Fax.: 0260-619190
E-mail: isjsalaj@isj.sj.edu.ro

SOCIETATEA DE ŞTIINŢE MATEMATICE – filiala SĂLAJ

OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală, 14 februarie 2014

Clasa a V-a

PROBLEMA 1

Se dau numerele

$x=\left[3^{121}:9^{60}+\left(5^3\right)^2:\left(5^2\right)^2\right]:2^2\cdot 3-3$ *şi* $y=100:\left\{23+34:\left[\left(2\cdot 3^2\right)^2:18-34^0\cdot 1^{2013}\right]\right\}$

a)Comparaţi numerele 3^x *şi* 5^y

b)Demonstraţi că $x^{2013}+y^{2014}$ *nu este pătrat perfect.*

PROBLEMA 2

Se consideră numerele naturale nenule x, y, z.*Împărţind pe* x *la* y *obţinem câtul 4 şi restul 3. Împărţind pe* y *la* z *obţinem câtul 5 şi restul 4.*

a) *Arătaţi că* $x \geq 100$.
b) *Determinaţi numerele* x, z, y *ştiind că* $x+y+z=153$.

PROBLEMA 3

a) *Arătaţi că* $\dfrac{\overline{xx9}+\overline{8x}+7}{\overline{x9x}+\overline{x6}}\in N$ *, unde x este cifră în baza 10.*

b) *Calculaţi* $2014-(2013\cdot 2012+2013):2013^2$.

PROBLEMA 4

Se dau mulţimile : $A=\{x\in N^*|\ 2\cdot x\leq 8\}$,

$B=\{x\in N^*|\ x=2^{n-1},\ n\in A\}$,

$C=\{x\in N|\ x=m-n,\ m\in B,\ n\in A,\ m>n\}$.

a) Determină elementele mulţimilor A, B şi C;

b) Determină elementele mulţimii $A\cap B\cap C$;

c) Stabileşte valoarea de adevăr a propoziţiei: "Mulţimea $(A\cup B\cup C)\setminus(A\cap B\cap C)$ *conţine numai numere consecutive."*

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru 2 ore. Punctajul maxim acordat pentru fiecare problemă este de 7 puncte.

R O M Â N I A
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEŢULUI SĂLAJ
Loc. Zalău, str. Unirii, nr. 2, Tel: 0260-661391, Fax.: 0260-619190
E-mail: isjsalaj@isj.sj.edu.ro

SOCIETATEA DE ŞTIINŢE MATEMATICE – filiala SĂLAJ

OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală, 14 februarie 2014

Clasa a V-a

Barem de evaluare şi notare

PROBLEMA 1

Se dau numerele

$x=\left[3^{121}:9^{60}+\left(5^3\right)^2:\left(5^2\right)^2\right]:2^2\cdot 3-3$ *şi* $y=100:\left\{23+34:\left[\left(2\cdot 3^2\right)^2:18-34^0\cdot 1^{2013}\right]\right\}$

a)Comparaţi numerele 3^x *şi* 5^y

b)Demonstraţi că $x^{2013}+y^{2014}$ *nu este pătrat perfect.*

Soluţie:

a) $x=18$..........................*2 puncte*

$y=4$......................... *2 puncte*

$3^x=27^6$, $5^y=625$.................... *1 puncte*

Deci $3^x>5^y$ ....*0,5 puncte*

b) $x^{2013}+y^{2014}=18^{2013}+4^{2014}=(16+2)^{2013}+4^{2014}=$ $=4p+2$ ……………1 punct

Deci $x^{2013}+y^{2014}$nu este pătrat perfect ....*0,5 puncte*

PROBLEMA 2

Se consideră numerele naturale nenule x, y, z.*Împărţind pe* x *la* y *obţinem câtul 4 şi restul 3. Împărţind pe* y *la* z *obţinem câtul 5 şi restul 4.*

a) Arătaţi că $x \geq 100$.

b) Determinaţi numerele x, z, y *ştiind că* $x+y+z=153$.

G.M.nr.4 E:14479

Soluţie:

x=4y+3 ; y>3 ……………………………………..*0,5 puncte*
y=5z+4 ; z>4 ……………………………………..*0,5 puncte*

a) z>4 ⇒ 5z>20 ⇒5z+4>24 ⇔y>24 ……………………..*1 punct*

y>24 ⇒4y>96 ⇒4y+3>99 ⇔ x>99 ……………………*1 punct*

x>99, x∈ℕ⇒x≥100 ……………………………………*1 punct*

b) (4y+3)+y+z=153 ....*1 punct*

5y+z=150 ⇒5·(5z+4)+z=150 ⇒z=5 ....*1 punct*

y=29 ; x=119 …………………………………..*1 punct*

PROBLEMA 3

a) Arătaţi că $\frac{\overline{xx9}+\overline{8x}+7}{\overline{x9x}+\overline{x6}} \in N$ *, unde x este cifră în baza 10.*

b) Calculaţi $2014-(2013\cdot 2012+2013):2013^2$.

<u>Soluţie:</u>

a)

Calculează numărătorul şi obţine $100x+10x+9+8\cdot 10+x+7=111x+96$ .... *1 punct*

Calculează numitorul şi obţine $100x+9\cdot 10+x+10x+6=111x+96$ .... *1 punct*

Deci $\frac{\overline{xx9}+\overline{8x}+7}{\overline{x9x}+\overline{x6}}=\frac{111x+96}{111x+96}=1\in N$ ....*2 puncte*

b)

Scoaterea factorului comun din paranteză $2014-2013(2012+1):2013^2$ .... *1 punct*

$2014-2013\cdot 2013:2013^2$ .... *1 punct*

Finalizare $2014-1=2013$ .... *1 punct*

PROBLEMA 4

Se dau mulţimile : $A=\{x \in N^* \mid 2\cdot x \leq 8\}$,

$B=\{x \in N^* \mid x = 2^{n-1}, n \in A\}$,

$C=\{x \in N \mid x = m - n, m \in B, n \in A, m>n\}$.

a) Determină elementele mulţimilor A, B şi C;

b) Determină elementele mulţimii $A \cap B \cap C$;

c) Stabileşte valoarea de adevăr a propoziţiei: "Mulţimea $(A \cup B \cup C) \setminus (A \cap B \cap C)$ *conţine numai numere consecutive."*

<u>Soluţie:</u>

$2\cdot x \leq 8$ si $x \in N^* \Rightarrow A = \{1,2,3,4\}$ .... *1 punct*

$x = 2^{n-1}, n \in A \Rightarrow B = \{1,2,4,8\}$ .... *1 punct*

$x = m - n, m \in B, n \in A, m > n \Rightarrow C = \{1,2,3,4,5,6,7\}$ ....*1 punct*

$A \cap B \cap C = \{1,2,4\}$ ……………………………………*1 punct*

$A \cup B \cup C = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ ………………………… *1 punct*

$(A \cup B \cup C) \setminus (A \cap B \cap C) = \{3,5,6,7,8\}$ ……………….. *1 punct*

Propoziţia este FALSĂ (3, 5 nu sunt consecutive) .... *1 punct*