



INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN CLUJ

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ**  
**ETAPA LOCALĂ**  
**CLASA a XI-a**  
**19.02.2016**

**Subiectul I. (7 puncte)**

Fie  $A \in M_2(\mathbb{C})$  și  $A^2 - 3A + 5I_2 = O_2$ .

a) Aflați inversa matricei  $A$ .

b) Calculați  $\det(A^2 - I_2) + \det(A^2 + A) - \det(A^2 + 2I_2)$ .

*prof. Mirela Blaga, Liceul Teoretic "Alexandru Papiu Ilarian" Dej*

**Subiectul II. (7 puncte)**

Fie  $a > 0$  și  $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$  șirul care verifică relațiile  $x_1 = \frac{1}{a}$ ,  $x_n = \frac{x_{n-1}}{1+ax_{n-1}}$  oricare ar fi  $n \geq 2$ . Să se calculeze  $\lim_{n \rightarrow \infty} (x_1 + x_2 + \dots + x_n)$ .

*Prof. univ. emerit dr. Dorel I. Duca, Facultatea de Matematică și Informatică,  
Universitatea "Babeș-Bolyai" Cluj-Napoca*

**Subiectul III. (7 puncte)**

Se consideră șirul  $(x_n)_{n \geq 1}$ , în care  $x_1 = \frac{1}{3}$  și  $x_{n+1} = (n+1)x_n + \frac{(n+1)(n+1)!}{3^{n+1}}$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ .

Să se calculeze  $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left( \frac{x_n}{n!} - \frac{3}{4} \right)$ .

*Prof. Camelia Maria Magdaș Colegiul Național "Andrei Mureșanu" Dej*

**Subiectul IV. (7 puncte)**

a) Calculați  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n^2+3) \cdot (n^2+5) \cdot \dots \cdot [(n+1)^2+2016]}{(n^2+2) \cdot (n^2+4) \cdot \dots \cdot [(n+1)^2+2015]}$ ;

b) Calculați  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{\sqrt[n]{4} + \sqrt[n]{504}}{2} \right)^{2n}$ .

*Prof. Raul Domșa, Liceul Teoretic "Petru Maior" Gherla*

**Toate subiectele sunt obligatorii.**  
**Timp efectiv de lucru - 3 ore.**

**SUCCES!**