INSPECTORATUL
ŞCOLAR JUDEŢEAN
M E H E D I N Ţ I

MINISTERUL EDUCAŢIEI ŞI
CERCETĂRII ŞTIINŢIFICE

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ-14 FEBRUARIE 2015

Clasa a X-a

SUBIECTUL I:

Să se arate că dacă $x \in (0,1) \cup (1, \infty)$ **atunci:**

$$\frac{1}{\log_x 3 \cdot \log_x 9} + \frac{1}{\log_x 9 \cdot \log_x 27} + \cdots + \frac{1}{\log_x 3^{2014} \cdot \log_x 3^{2015}} = \frac{2014}{2015}\left(\frac{1}{\log_x 3}\right)^2$$

SUBIECTUL II:

Să se arate că ecuația $x^3 + y^3 + z^3 = (x+y+z)^2$ **are:**

a. Cel puțin două soluții în $\mathbb{N}^* \mathrm{X} \mathbb{N}^* \mathrm{X} \mathbb{N}^*$ **cu** $x \leq y \leq z$ **;**

b. O infinitate de soluții în $\mathbb{Z}^* \mathrm{X} \mathbb{Z}^* \mathrm{X} \mathbb{Z}^*$

SUBIECTUL III:

Să se rezolve în mulțimea numerelor reale sistemul:

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2^{x^2+y+1} + 2^{y^2+z+1} + 2^{z^2+x+1} = 24 \end{cases}$$

SUBIECTUL IV:

Fie $a, b, c \in \mathbb{C}$ **și** $z \in \mathbb{C}^*$ **astfel încât:**

$|z-a| = |2z-b-c|, |z-b| = |2z-a-c|$ **si** $|z-c| = |2z-a-b|$.

Să se determine valoarea raportului $\frac{a+b+c}{z}$.

Notă:Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru 3 ore.

Fiecare subiect este notat de la 0 la 7.