

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ

30 ianuarie 2016

CLASA A V-A

- 1.) Să se determine numărul natural de forma \overline{abac} , $a \neq b \neq c$, știind că suma cifrelor acestui număr este egală cu numărul format din ultimele două cifre. Câte soluții există?
- 2.) Într-o cutie sunt bile roșii, galbene și verzi. Numai 17 dintre ele nu sunt verzi și numai 29 nu sunt roșii. Cele roșii sunt de două ori mai puține decât cele verzi. Determinați numărul bilelor de fiecare culoare.
- 3.) Paul a scris pe tablă toate numerele naturale de la 1 până la 2016. Apoi, Mihai a șters de pe tablă toate numerele care au ultima cifră 0 sau 5 și l-a întrebat pe Paul:
 - Crezi că poți afla ultima cifră a produsului tuturor numerelor rămase pe tablă?
 - Cu siguranță, a răspuns Paul și i-a explicat lui Mihai cum a procedat.Cum putea proceda Paul și care a fost cifra găsită?
- 4.) Ștefan va împlini x ani în anul x^2 . Care este anul de naștere al lui Ștefan, dacă se știe că s-a născut între anii 1900 și 2000?

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare problemă se punctează cu 10 puncte.

Timp de lucru 3 ore.

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ

30 ianuarie 2016

BAREM

CLASA A V-A

1.)	Din oficiu	1p
	$a + b + a + c = \overline{ac}$	1p
	$2a + b + c = 10a + c \Leftrightarrow 2a + b = 10a$	2p
	$b = 8a$	1p
	a, b, c cifre $\Rightarrow a = 1$ ($a > 1 \Rightarrow b > 9$)	1p
	$b = 8$	1p
	$c \in \{0, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9\}$ ($a \neq b \neq c \Rightarrow c \notin \{1, 4\}$)	1p
	$\overline{abac} \in \{1810, 1812, 1813, 1814, 1815, 1816, 1817, 1819\}$, deci există 8 soluții	2p

2.)	Din oficiu	1p
	Dacă 17 dintre bile nu sunt verzi, atunci suma dintre numărul bilelor roșii și numărul bilelor galbene este 17. Dacă 29 dintre bile nu sunt roșii, atunci suma dintre numărul bilelor verzi și numărul bilelor galbene este 29.	2p
	Se observă că numărul bilelor galbene este un termen al ambelor sume, deci diferența de sume $29 - 17 = 12$ provine de la diferența celorlalți termeni ale sumelor. Așadar, diferența dintre numărul bilelor verzi și numărul bilelor roșii este egal cu 12.	2p
	Din enunțul problemei rezultă că numărul bilelor verzi este de 2 ori numărul bilelor roșii. Cum diferența dintre numărul bilelor verzi și numărul bilelor roșii este 12, iar pe de altă parte această diferență este egal cu numărul bilelor roșii, rezultă că numărul bilelor roșii este egal cu 12.	3p
	Numărul bilelor verzi este $2 \cdot 12 = 24$.	1p
	Numărul bilelor galbene este $29 - 24 = 5$.	1p

3.)	Din oficiu	1p
	Produsul $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9$ se termină cu 6.	2p
	Așadar, și produsele $11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 16 \cdot 17 \cdot 18 \cdot 19, \dots,$ $2001 \cdot 2002 \cdot 2003 \cdot 2004 \cdot 2006 \cdot 2007 \cdot 2008 \cdot 2009$ au pe rând ultima cifră 6. Deci, ultima cifră a produsului $(1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9) \cdot \dots \cdot (2001 \cdot 2002 \cdot 2003 \cdot 2004 \cdot 2006 \cdot 2007 \cdot 2008 \cdot 2009)$ este egal cu ultima cifră a produsului $6 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 6$, care este 6.	4p
	Produsul $2011 \cdot 2012 \cdot 2013 \cdot 2014 \cdot 2016$ are ultima cifră 4.	2p
	Iar $6 \cdot 4 = 24$, deci cifra găsită de Paul este 4.	1p

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN COVASNA

4.)	Din oficiu	1p
	Din condițiile problemei rezultă că $x^2 > 1900$. Deoarece $40^2 = 1600 < 1900$, ..., $43^2 = 1849 < 1900$, $44^2 = 1936$, $45^2 = 2025$, $46^2 = 2116$, rezultă că $x \geq 44$.	3p
	Anul nașterii este egal cu $x^2 - x$, deci valoarea lui $x^2 - x$ trebuie să fie între numerele 1900 și 2000.	2p
	$44^2 - 44 = 1936 - 44 = 1892$, $1892 < 1900$ $45^2 - 45 = 2025 - 45 = 1980$, 1980 este între 1900 și 2000. $46^2 - 46 = 2116 - 46 = 2070$, $2070 > 2000$	3p
	Deci, anul nașterii este 1980.	1p