Olimpiada de Fizică
Etapa pe judeţ
15 februarie 2014
Subiecte

XII

1. **Măsurători în spaţiu!**

Presupunem că faci parte din echipajul de pe **ISS 7** (Staţia Spaţială Internaţională din generaţia a 7-a).

A. În apropierea **ISS 7**, două nave spaţiale **A** şi **B** se deplasează cu vitezele $v_A = 2c/3$ şi $v_B = 3c/4$, unde c este viteza luminii în vid. Ţi se cere să deduci formulele şi să calculezi modulul vitezei relative a unei nave faţă de cealaltă, atât clasic cât şi relativist, în următoarele situaţii:

a) una dintre nave ajunge din urmă cealaltă navă, ambele deplasându-se pe aceeaşi direcţie;
b) navele se deplasează pe aceeaşi direcţie una spre alta;
c) navele se deplasează pe direcţii perpendiculare;
d) navele se deplasează pe direcţii care fac între ele un unghi $\alpha = \pi/6\,\text{rad}$.

B. În cadrul unui experiment, în condiţii de imponderabilitate, utilizezi un oscilator liniar armonic de constantă elastică k şi masă m_1.

a) Determină masa m_2 a unui corp, care ataşat de corpul de masă m_1, execută oscilaţii a căror perioadă creşte cu o fracţiune f din perioada iniţială.
b) Pleci de pe **ISS 7** şi îţi continui experimentul pe o navă spaţială ce se deplasează cu viteză relativistă $\vec{v} = const$. Dacă amplitudinea oscilaţiilor este A, determină perioada oscilaţiilor corpului de masă m_1, considerând că oscilaţiile au loc pe direcţia mişcării navei.

2. **Particule în câmpuri electrice şi magnetice**

În cadrul unor experimente efectuate utilizând câmpuri electrice şi magnetice a fost studiată mişcarea unor particule aflate în condiţii de imponderabilitate.

A. Între plăcile plane și paralele ale unui condensator, aflate la distanța d, se generează un câmp electric uniform prin conectarea condensatorului la o tensiune constantă U. Între plăcile condensatorului se generează și un câmp magnetic uniform, de inducție $\vec{B}$, cu liniile de câmp perpendiculare pe liniile câmpului electric. În apropierea plăcii încărcate cu sarcină electrică negativă, se lasă liber un electron de masă m și sarcină electrică cu modulul e.

a) Determină expresiile componentelor vitezei electronului (v_x, v_y, v_z), în funcție de timp și de constantele specificate în problemă.
b) Exprimă componentele vitezei electronului în funcție de coordonata y (paralelă cu liniile de câmp electric): $v_x = v_x(y)$ și $v_y = v_y(y)$.

B. Pentru a determina proprietățile unui fascicul de particule relativiste cu sarcina electrică pozitivă e, se trimite fasciculul printr-o regiune cu câmp magnetic uniform $\vec{B}$ (vezi *Figura 1*). Acelaşi fascicul de particule este trimis şi printr-o regiune cu câmp electric uniform $\vec{E}$ (vezi *Figura 2*). Câmpurile sunt astfel plasate în drumul fasciculului, încât ele produc mici deviații date de unghiurile α_B și α_E, unde $\alpha_B \ll 1, \alpha_E \ll 1$. Cele două regiuni în care se stabilesc câmpurile magnetic, respectiv electric au lungimea ℓ.

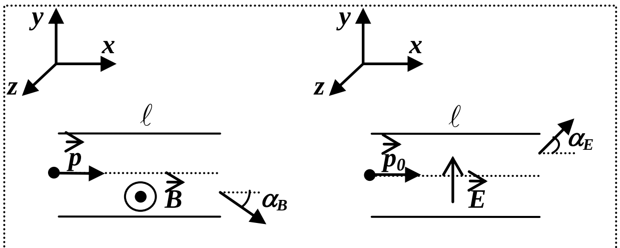


Figura 1 **Figura 2**

a) Determină impulsul particulelor p la intrarea în regiunea cu câmp magnetic.
b) Dacă impulsul particulelor la intrarea în câmpul electric este p_0, exprimă energia particulelor W_0 în funcţie de deviaţia transversală în câmpul electric y.

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve cerinţele în orice ordine.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

3. Anemometru Doppler cu laser

Măsurarea vitezei cu care curge un fluid se poate face direct prin metode optice, fără a perturba curgerea fluidului, utilizând dispozitive numite **anemometre Doppler cu laser**.

A. Pentru aceasta se pot folosi două fascicule laser care provin de la aceeaşi sursă şi care prin suprapunerea lor crează o zonă de interferenţă într-o arie mică, centrată în jurul locului de măsurare, situaţie prezentată în *Figura 3*. Fiecare fascicul laser se poate considera ca o undă plană progresivă, monocromatică, cu lungimea de undă în vid λ_0 = 0,52 μm. Dacă o particulă solidă de mici dimensiuni, antrenată de fluid, trece prin această zonă, ea traversează minimele şi maximele de interferenţă. Un detector captează lumina reflectată de această particulă în timp ce traversează zona de interferenţă. Diferenţa de drum este zero în O, iar indicele de refracţie al mediului este n = 1,33.

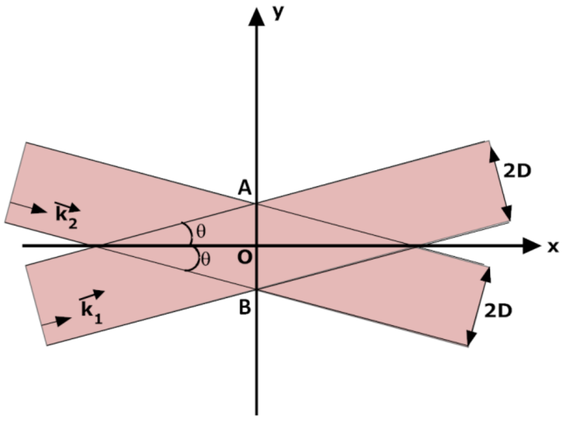


Figura 3

a) Determină lăţimea AB a zonei de interferenţă pentru x = 0, ştiind că $2D$ = 1 mm şi θ = 5°.

b) Calculează prin două metode diferite, diferenţa de drum optic într-un punct M din zona de interferenţă.

c) Calculează interfranja şi numărul de maxime care se văd între A şi B pentru x = 0.

d) O particulă solidă se deplasează pe axa Oy cu viteza $\vec{v} = v\vec{j}$. Calculează viteza cu care curge fluidul ştiind că perioada semnalului recepţionat de detector este 50 ms.

B. În dispozitivele de acest tip, se ţine cont şi de deplasarea Doppler, pentru măsurători cu precizie mare.

a) Arată că dacă o sursă emite lumină cu frecvenţa proprie ν_0, iar receptorul se mişcă spre sursă cu viteza v, atunci frecvenţa recepţionată de receptor va fi dată de formula $\nu = \nu_0\sqrt{\frac{c+v}{c-v}}$.

b) Cum se transformă această formulă, dacă receptorul stă pe loc, iar sursa se mişcă spre receptor cu viteza v?

c) Presupunem cazul nerelativist $\frac{v}{c} << 1$. Particularizează formulele obţinute la punctele (a) şi (b), dacă unghiul dintre v şi c este θ.

d) Determină deplasarea Doppler $(\nu_d - \nu_0)$, unde ν_d este frecvenţa recepţionată de detector, în cazul luminii laser, reflectată de o particulă care se mişcă cu viteza $\vec{u}$ sub un unghi θ faţă de fasciculul laser incident şi sub unghiul θ' faţă de fasciculul reflectat (configuraţia din *Figura 4*).

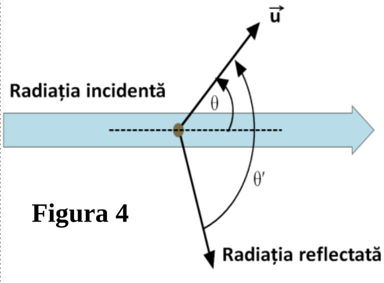


Figura 4

e) Calculează eroarea relativă maximă care se face dacă se neglijează deplasarea Doppler pentru n = 1,33, λ_0 = 0,52 μm şi $u = 5\cdot10^{-5}$ m/s . Este semnificativă această eroare în cazul unui asemenea anemometru?

Subiect propus de:
Prof. Liviu Arici, Colegiul Naţional „Nicolae Bălcescu" Brăila
Prof. Corina Dobrescu, Colegiul Naţional de Informatică „Tudor Vianu"Bucureşti
Prof. Gabriel Florian, Colegiul Naţional „Carol I" Craiova
Prof. Victor Stoica, Inspectoratul Şcolar al Municipiului Bucureşti

Olimpiada de Fizică
Etapa pe județ
15 februarie 2014
Barem

XII

Subiect 1. Măsurători în spațiu!	**Parțial**	**Punctaj**
1. Barem subiect 1		**10**
A. a) Pentru cazul clasic: $$\mathrm{v}_r = \mathrm{v}_B - \mathrm{v}_A$$	0,25	**1,50**
Rezultă: $$\mathrm{v}_r = \frac{1}{12}c \cong 0,083c$$	0,25	
Pentru cazul relativist aplicăm legea lui Einstein de compunere a vitezelor $\vec{u}(u_x, u_y, u_z) = \vec{u}(\mathrm{v}_A, 0, 0)$ și $\vec{\mathrm{v}}(\mathrm{v}_x, \mathrm{v}_y, \mathrm{v}_z) = \vec{\mathrm{v}}(\mathrm{v}_B, 0, 0)$: $$u'_x = \frac{u_x - \mathrm{v}}{1 - \frac{\mathrm{v}}{c^2}\cdot u_x} = \frac{\mathrm{v}_A - \mathrm{v}_B}{1 - \frac{\mathrm{v}_A \cdot \mathrm{v}_B}{c^2}}$$ $$u'_y = \frac{u_y \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\mathrm{v}}{c}\right)^2}}{1 - \frac{\mathrm{v}}{c^2}\cdot u_x} = 0$$ $$u'_z = \frac{u_z \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\mathrm{v}}{c}\right)^2}}{1 - \frac{\mathrm{v}}{c^2}\cdot u_x} = 0$$	0,50	
Deci: $$u' = \sqrt{u'^2_x + u'^2_y + u'^2_z} = \left\| \frac{\mathrm{v}_A - \mathrm{v}_B}{1 - \frac{\mathrm{v}_A \cdot \mathrm{v}_B}{c^2}} \right\|$$	0,25	
Rezultă: $$u' = \frac{1}{6}c \cong 0,166c$$	0,25	
A. b) Pentru cazul clasic: $$\mathrm{v}_r = \mathrm{v}_A + \mathrm{v}_B$$	0,25	**1,50**
Rezultă: $$\mathrm{v}_r = \frac{17}{12}c \cong 1,416c \text{ (imposibil!)}$$	0,25	
Pentru cazul relativist aplicăm legea lui Einstein de compunere a vitezelor $\vec{u}(u_x, u_y, u_z) = \vec{u}(\mathrm{v}_A, 0, 0)$ și $\vec{\mathrm{v}}(\mathrm{v}_x, \mathrm{v}_y, \mathrm{v}_z) = \vec{\mathrm{v}}(-\mathrm{v}_B, 0, 0)$: $$u'_x = \frac{u_x - \mathrm{v}}{1 - \frac{\mathrm{v}}{c^2}\cdot u_x} = \frac{\mathrm{v}_A + \mathrm{v}_B}{1 + \frac{\mathrm{v}_A \cdot \mathrm{v}_B}{c^2}}$$ $$u'_y = \frac{u_y \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\mathrm{v}}{c}\right)^2}}{1 - \frac{\mathrm{v}}{c^2}\cdot u_x} = 0$$	0,50	

$u'_z = \dfrac{u_z \cdot \sqrt{1-\left(\dfrac{v}{c}\right)^2}}{1-\dfrac{v}{c^2}\cdot u_x} = 0$		
Deci: $u' = \sqrt{u'^2_x + u'^2_y + u'^2_z} = \dfrac{v_A + v_B}{1+\dfrac{v_A \cdot v_B}{c^2}}$	0,25	
Rezultă: $u' = \dfrac{17}{18}c \cong 0,944c$	0,25	
A. c) Pentru cazul clasic: $v_r = \sqrt{v_A^2 + v_B^2}$	0,25	**1,50**
Rezultă: $v_r = \dfrac{\sqrt{145}}{12}c = 1,003c$ (imposibil!)	0,25	
Pentru cazul relativist aplicăm legea lui Einstein de compunere a vitezelor $\vec{u}\left(u_x, u_y, u_z\right) = \vec{u}(v_A, 0, 0)$ și $\vec{v}(v_x, v_y, v_z) = \vec{v}(0, v_B, 0)$: $u'_x = \dfrac{u_x \cdot \sqrt{1-\left(\dfrac{v}{c}\right)^2}}{1-\dfrac{v}{c^2}\cdot u_y} = v_A \cdot \sqrt{1-\left(\dfrac{v}{c}\right)^2}$ $u'_y = \dfrac{u_y - v}{1-\dfrac{v}{c^2}\cdot u_y} = -v_B$ $u'_z = \dfrac{u_z \cdot \sqrt{1-\left(\dfrac{v}{c}\right)^2}}{1-\dfrac{v}{c^2}\cdot u_y} = 0$	0,50	
Deci: $u' = \sqrt{u'^2_x + u'^2_y + u'^2_z} = \sqrt{v_A^2 + v_B^2 - \left(\dfrac{v_A \cdot v_B}{c}\right)^2}$	0,25	
Rezultă: $u' = \dfrac{\sqrt{109}}{12}c \cong 0,870c$	0,25	
A. d) Pentru cazul clasic: $v_r = \sqrt{v_A^2 + v_B^2 - 2v_A \cdot v_B \cdot \cos\alpha}$	0,25	**1,50**
Rezultă: $v_r = \dfrac{\sqrt{145 - 72\sqrt{3}}}{12}c \cong 0,375c$	0,25	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Pentru cazul relativist aplicăm legea lui Einstein de compunere a vitezelor $\vec{u}\left(u_x,u_y,u_z\right)=\vec{u}\ (\mathrm{v}_{Bx},\mathrm{v}_{By},0)=\vec{u}\ (\mathrm{v}_B\cdot\cos\alpha,\ \mathrm{v}_B\cdot\sin\alpha,\ 0)$ și $\vec{\mathrm{v}}\ (\mathrm{v}_x,\mathrm{v}_y,\mathrm{v}_z)=\vec{\mathrm{v}}\ (\mathrm{v}_A,0,0)$: $$u'_x=\frac{u_x-\mathrm{v}}{1-\frac{\mathrm{v}}{c^2}\cdot u_x}=\frac{\mathrm{v}_B\cdot\cos\alpha-\mathrm{v}_A}{1-\frac{\mathrm{v}_A}{c^2}\cdot\mathrm{v}_B\cdot\cos\alpha}$$ $$u'_y=u_y\cdot\sqrt{1-\left(\frac{\mathrm{v}}{c}\right)^2}\cdot\frac{1}{1-\frac{\mathrm{v}}{c^2}\cdot u_x}=\frac{\mathrm{v}_B\cdot\sin\alpha\cdot\sqrt{1-\left(\frac{\mathrm{v}_A}{c}\right)^2}}{1-\frac{\mathrm{v}_A}{c^2}\cdot\mathrm{v}_B\cdot\cos\alpha}$$ $$u'_z=\frac{u_z\cdot\sqrt{1-\left(\frac{\mathrm{v}}{c}\right)^2}}{1-\frac{\mathrm{v}}{c^2}\cdot u_x}=0$$	0,50	
Deci: $$u'=\sqrt{u'^2_x+u'^2_y+u'^2_z}=\sqrt{\frac{\mathrm{v}_A^2+\mathrm{v}_B^2-2\mathrm{v}_A\cdot\mathrm{v}_B\cdot\cos\alpha-\left(\frac{\mathrm{v}_A\cdot\mathrm{v}_B\cdot\sin\alpha}{c}\right)^2}{\left(1-\frac{\mathrm{v}_A\cdot\mathrm{v}_B\cdot\cos\alpha}{c^2}\right)^2}}$$	0,25	
Rezultă: $$u'=\frac{\sqrt{17-9\sqrt{3}}}{4-\sqrt{3}}\cdot\frac{2c\sqrt{2}}{3}\cong 0,494c$$	0,25	
B. a) Perioada oscilațiilor pentru corpul de masă m_1 cunoscută este: $$T_1=2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}}$$	0,25	
După atașarea corpului de masă m_2, perioada oscilațiilor sistemului este: $$T_2=2\pi\sqrt{\frac{m_1+m_2}{k}}$$	0,25	
Corpul de masă m_2 se determină din relația: $$m_2=m_1\cdot\left[\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2-1\right]$$	0,50	**1,50**
Unde: $$T_2=T_1\cdot(1+f)$$	0,25	
Rezultă: $$m_2=m_1\cdot f\cdot(f+2)$$	0,25	
B. b) Conservarea energiei: $$m_1\cdot c^2+\frac{k\cdot A^2}{2}=\frac{m_1\cdot c^2}{\sqrt{1-\left(\frac{\mathrm{v}}{c}\right)^2}}+\frac{k\cdot x^2}{2}$$	0,25	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Perioada oscilațiilor corpului de masă m_1 în cazul relativist este: $$T_1'=4\int_0^A\frac{dx}{v}=\int_0^A\frac{m_1\cdot c^2+\frac{k}{2}\cdot\left(A^2-x^2\right)}{c\cdot\sqrt{\frac{k}{2}\cdot\left(A^2-x^2\right)\cdot\left[2m_1\cdot c^2+\frac{k}{2}\cdot\left(A^2-x^2\right)\right]}}\cdot dx$$ unde: $$v=c\cdot\frac{\sqrt{\frac{k}{2}\cdot\left(A^2-x^2\right)\cdot\left[2m_1\cdot c^2+\frac{k}{2}\cdot\left(A^2-x^2\right)\right]}}{m_1\cdot c^2+\frac{k}{2}\cdot\left(A^2-x^2\right)};\ x=A\cdot\sin\varphi;\ dx=A\cdot\cos\varphi\cdot d\varphi$$	0,25	**1,50**
Deci: $$T_1'=\frac{4}{c}\cdot\sqrt{\frac{2}{k}}\cdot\int_0^{\pi/2}\frac{m_1\cdot c^2+\frac{k}{2}\cdot A^2\cdot\cos^2\varphi}{\sqrt{2m_1\cdot c^2+\frac{k}{2}\cdot A^2\cdot\cos^2\varphi}}\cdot d\varphi$$	0,25	
Utilizând aproximația: $$\sqrt{2m_1\cdot c^2+\frac{k}{2}\cdot A^2\cdot\cos^2\varphi}\cong\sqrt{2m_1\cdot c^2}\cdot\left(1+\frac{k}{8m_1\cdot c^2}\cdot A^2\cdot\cos^2\varphi\right)\text{pentru } c^{-4}\cong 0.$$ Obținem: $$T_1'=\frac{4}{c^2\cdot\sqrt{m_1\cdot k}}\cdot\int_0^{\pi/2}\left(m_1\cdot c^2+\frac{k}{2}\cdot A^2\cdot\cos^2\varphi\right)\cdot\left(1-\frac{k}{8m_1\cdot c^2}\cdot A^2\cdot\cos^2\varphi\right)\cdot d\varphi$$	0,50	
Rezultă: $$T_1'=2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}}\cdot\left[1+\frac{3}{16}\cdot\left(\frac{A}{c}\right)^2\cdot\frac{k}{m_1}\right]$$	0,25	
Oficiu		**1**

Subiect 2. Particule în câmpuri electrice şi magnetice	Parțial	**Punctaj**
Barem subiect 2		**10**
A. a) Aplicăm principiul al II-lea al mecanicii clasice: $m\cdot\vec{a}=-e\cdot\vec{E}-e\cdot\vec{\mathrm{v}}\times\vec{B}$	0,25	**2,50**
Proiectăm relația pe axele de coordonate: $m\cdot a_x=e\cdot \mathrm{v}_y\cdot B$; $m\cdot a_y=e\cdot E-e\cdot \mathrm{v}_x\cdot B$; $m\cdot a_z=0$	0,25	
Obținem: $\mathrm{v}_x=\frac{E}{B}-\frac{m}{e\cdot B}\cdot a_y$; $a_x=\frac{\mathrm{dv}_x}{\mathrm{d}t}=-\frac{m}{e\cdot B}\cdot\frac{\mathrm{d}a_y}{\mathrm{d}t}$; $\mathrm{v}_y=\frac{m\cdot a_x}{e\cdot B}=-\left(\frac{m}{e\cdot B}\right)^2\cdot\frac{\mathrm{d}a_y}{\mathrm{d}t}$	0,25	
Rezultă ecuația: $\frac{\mathrm{d}^2\mathrm{v}_y}{\mathrm{d}t^2}+\left(\frac{e\cdot B}{m}\right)^2\cdot \mathrm{v}_y=0$	0,50	
Cu soluția: $\mathrm{v}_y=A\cdot\sin\omega\cdot t=\frac{E}{B}\cdot\sin\frac{e\cdot B}{m}\cdot t$	0,25	
Derivând în raport cu timpul, obținem: $a_y=\omega\cdot A\cdot\cos\omega\cdot t=\frac{e\cdot E}{m}\cdot\cos\frac{e\cdot B}{m}\cdot t$; $\mathrm{v}_x=\frac{E}{B}-\frac{m}{e\cdot B}\cdot\frac{e\cdot E}{m}\cdot\cos\frac{e\cdot B}{m}\cdot t=\frac{E}{B}\cdot\left(1-\cos\frac{e\cdot B}{m}\cdot t\right)$	0,50	
În final: $\mathrm{v}_x=\frac{U}{d\cdot B}\cdot\left(1-\cos\frac{e\cdot B}{m}\cdot t\right)$; $\mathrm{v}_y=\frac{U}{d\cdot B}\cdot\sin\frac{e\cdot B}{m}\cdot t$; $\mathrm{v}_z=0$	0,50	
A. b) Din expresia vitezei pe axa y obținem ecuația diferențială: $\mathrm{d}y=\left(\frac{U}{d\cdot B}\cdot\sin\frac{e\cdot B}{m}\cdot t\right)\cdot\mathrm{d}t$	0,50	**2,00**
Cu soluția: $y=\frac{m\cdot U}{e\cdot d\cdot B^2}\left(1-\cos\frac{e\cdot B}{m}\cdot t\right)$	0,50	
Se obține astfel, relația: $\mathrm{v}_x=\frac{eB}{m}y$	0,25	
Aplicând teorema variației energiei cinetice între momentul inițial şi un moment ulterior, se obține : $\frac{m}{2}\left(\mathrm{v}_x^2+\mathrm{v}_y^2\right)=eEy$	0,50	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Rezultă: $$\mathrm{v}_y=\sqrt{\frac{e\cdot U}{m\cdot d}\left(2-\frac{e\cdot d\cdot B^2}{m\cdot U}\cdot y\right)\cdot y}$$	0,25	
B. a) Aplicăm teorema de variație a impulsului: $$\mathrm{d}\left(m\cdot\vec{\mathrm{v}}\right)=e\cdot\left(\vec{\mathrm{v}}\times\vec{B}\right)\mathrm{d}t$$ unde: $$m=\frac{m_0}{\sqrt{1-\left(\frac{\mathrm{v}}{c}\right)^2}}$$	0,25	**2,50**
Deoarece $\lvert\vec{\mathrm{v}}\rvert$ este constant pentru particulele care se deplasează în câmp magnetic, obținem: $$m\cdot\frac{\mathrm{d}\vec{\mathrm{v}}}{\mathrm{d}t}=e\cdot\left(\vec{\mathrm{v}}\times\vec{B}\right)$$	0,25	
Proiectăm relația pe axele de coordonate: $$m\cdot\frac{\mathrm{dv}_x}{\mathrm{d}t}=e\cdot\mathrm{v}_y\cdot B \qquad (1)$$ $$m\cdot\frac{\mathrm{dv}_y}{\mathrm{d}t}=-e\cdot\mathrm{v}_x\cdot B \qquad (2)$$	0,25	
Derivăm în raport cu timpul relația (1) și înlocuind în (2) obținem ecuația: $$\frac{\mathrm{d}^2\mathrm{v}_x}{\mathrm{d}t^2}+\left(\frac{e\cdot B}{m}\right)^2\cdot\mathrm{v}_x=0$$ cu soluția: $$\mathrm{v}_x=\mathrm{A}\cdot\cos\omega\cdot t=\frac{p}{m}\cdot\cos\frac{e\cdot B}{m}\cdot t$$	0,25	
Integrând, obținem relația: $$x=\frac{Am}{eB}\sin\omega t$$	0,25	
Înlocuim $\mathrm{v}_x=\frac{p}{m}\cdot\cos\frac{e\cdot B}{m}\cdot t$ în relația (1) și obținem: $$\mathrm{v}_y=-\frac{p}{m}\cdot\sin\frac{e\cdot B}{m}\cdot t$$ Integrând, obținem relația $y=\frac{Am}{eB}\cos\omega t$	0,50	
Ecuațiile anterioare arată că traiectoria particulei este un arc de cerc cu raza $R=\frac{Am}{eB}$ Pentru un unghi mic, avem: $\alpha_B\approx\frac{\mathrm{v}_y}{\mathrm{v}_x}\approx\frac{\ell}{R}$	0,50	
Rezultă: $$p=\frac{e\cdot B\cdot\ell}{\alpha_B}$$	0,25	
B. b) Aplicăm teorema de variație a energiei: $$W=W_0+e\cdot E\cdot y$$	0,25	**2,00**
Unde: $W=\sqrt{m_0^2\cdot c^4+p^2\cdot c^2}$ (la momentul t când particula iese din câmp) $W_0=\sqrt{m_0^2\cdot c^4+p_0^2\cdot c^2}$ (la momentul inițial $t_0=0$)	0,50	

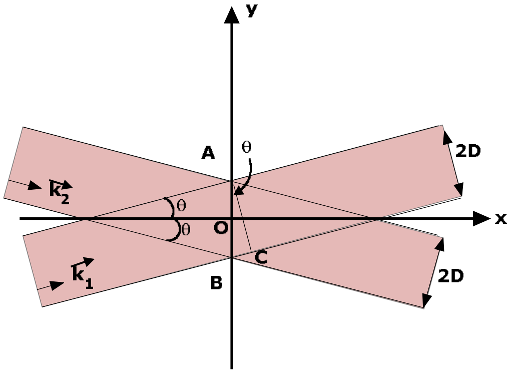
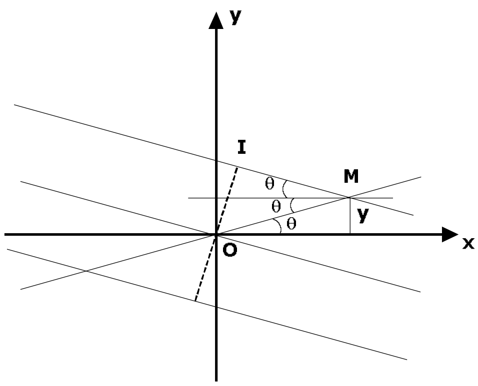
1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Olimpiada de Fizică
Etapa pe județ
15 februarie 2014
Barem

XII

Iar: $$p=\sqrt{p_x^2+p_y^2}=\sqrt{p_0^2+p_y^2}$$	0,25	
Dar: $$\mathrm{tg}\alpha_E\cong\alpha_E=\frac{p_y}{p_x}=\frac{p_y}{p_0}$$	0,25	
Calculăm: $$W^2-W_0^2=\left(p^2-p_0^2\right)\cdot c^2=p_y^2\cdot c^2=\alpha_E^2\cdot p_0^2\cdot c^2$$	0,25	
Rezultă: $$W_0=\frac{\alpha_E^2\cdot p_0^2\cdot c^2-e^2\cdot E^2\cdot y^2}{2e\cdot E\cdot y}$$	0,50	
Oficiu		**1**

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Subiect 3. Anemometru Doppler cu laser	Parțial	**Punctaj**
2. Barem subiect 3		**10**
A. a) Din desen: $\cos\theta = \dfrac{2D}{AB}$ 	0,50	**1,00**
Deci: $AB = \dfrac{2D}{\cos\theta}$	0,25	
Rezultă: $AB = 1,0038 \cong 1\,mm$	0,25	
A. b) *Metoda 1* Vectorii de undă sunt: $\vec{k}_1 = (k\cdot\cos\theta)\cdot\vec{i} + (k\cdot\sin\theta)\cdot\vec{j}$ $\vec{k}_2 = (k\cdot\cos\theta)\cdot\vec{i} - (k\cdot\sin\theta)\cdot\vec{j}$ unde $k = n\cdot\dfrac{2\pi}{\lambda_0}$ Fazele celor două unde în M (x,y,z) sunt: $\Phi_1(M) = \Phi_1(O) + \vec{k}_1\cdot\overrightarrow{OM}$ $\Phi_2(M) = \Phi_2(O) + \vec{k}_2\cdot\overrightarrow{OM}$ Din enunț $\Phi_1(O) = \Phi_2(O)$, deci: $\Delta\Phi(M) = (\vec{k}_1 - \vec{k}_2)\cdot\overrightarrow{OM} = (2k\cdot\sin\theta)\cdot(x\cdot\vec{i} + y\cdot\vec{j} + z\cdot\vec{k})\cdot\vec{j} = \dfrac{4\pi\cdot n}{\lambda_0}\cdot y\cdot\sin\theta$, iar diferența de drum cerută este: $\delta = \dfrac{\lambda_0\cdot\Delta\Phi}{2\pi} = 2n\cdot y\cdot\sin\theta$	0,50	**1,00**
Metoda 2 Din figura alăturată se observă (OI – suprafață de undă): $(\delta) = (OM) - (IM) = n\cdot(OM - IM)$ $OM = \dfrac{y}{\sin\theta}$ și $IM = OM\cdot\cos 2\theta = \dfrac{y}{\sin\theta}\cdot\cos 2\theta$  Deci: $\delta = n\cdot\left(\dfrac{y}{\sin\theta} - \dfrac{y\cdot\cos 2\theta}{\sin\theta}\right) = 2n\cdot y\cdot\sin\theta$	0,50	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

A. c) Condiția de obținere a maximelor este: $$2n\cdot y\cdot\sin\theta = k\cdot\lambda_0$$ Deci coordonata maximului de ordin *k* este: $$y_{k,\max} = \frac{k\cdot\lambda_0}{2n\cdot\sin\theta}$$	0,25	**1,00**
Rezultă că interfranja este: $$i = y_{k+1} - y_k = \frac{\lambda_0}{2n\cdot\sin\theta};\ i = 2,24\ \mu\text{m}$$	0,25	
Numărul de maxime care se observă este: $$N = \frac{\text{AB}}{i} + 1;\ \ N = 447 \text{ maxime}$$	0,50	
A. d) Viteza cu care curge fluidul este: $$\text{v} = \frac{i}{T}$$	0,75	**1,00**
Rezultă: $$\text{v} = 44,8\cdot10^{-6}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$	0,25	
B. a) Alegem următoarele sisteme de referință: S (*x*, *y*, *z*, *t*) legat de receptor (considerat fix) şi S' (*x'*, *y'*, *z'*, *t'*) legat de sursă (se deplasează cu viteza v spre receptor). Introducem transformările Lorentz în condiția de invarianță a fazei: $$\omega_{\text{Receptor}}\cdot\left(t+\frac{x}{c}\right) = \omega_{\text{Sursă}}\cdot\left(t'+\frac{x'}{c}\right)$$	0,25	**0,75**
şi obținem: $$\nu\cdot\left(t+\frac{x}{c}\right) = \nu_0\cdot\left[\frac{t+\frac{\text{v}}{c^2}\cdot x}{\sqrt{1-\left(\frac{\text{v}}{c}\right)^2}} + \frac{x+\text{v}\cdot t}{c\cdot\sqrt{1-\left(\frac{\text{v}}{c}\right)^2}}\right]$$	0,25	
Rezultă: $$\nu = \nu_0\sqrt{\frac{c+\text{v}}{c-\text{v}}}$$	0,25	
B. b) Frecvența recepționată de receptor depinde de viteza relativă a sursei față de receptor (în ambele situații este aceeaşi). Vom obține acelaşi rezultat ca şi la punctul **(a)**.	0,25	**0,25**
B. c) Din relația: $$\nu\cdot\left(t+\frac{x}{c}\right) = \nu_0\cdot\left[t+\frac{x+(\text{v}\cdot\cos\theta)\cdot t}{c}\right]$$ cu: $$\frac{x}{c}\to 0$$	0,50	**1,00**
Rezultă: $$\nu = \nu_0\left(1+\frac{\text{v}}{c}\cdot\cos\theta\right)$$	0,50	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

<table>
<tr><td>B. d) În acest caz
$$\nu' = \nu_0 \cdot \left(1 - \frac{u}{c} \cdot \cos\theta\right)$$
$$\nu_d = \nu' \cdot \left(1 + \frac{u}{c} \cdot \cos\theta'\right)$$
unde ν' este frecvenţa radiaţiei reflectate pe particula mobilă, iar ν frecvenţa recepţionată de detector. De aici, după neglijarea termenilor de ordinul 2 în u/c :
$$\nu_d = \nu_0 \cdot \left(1 - \frac{u}{c} \cdot \cos\theta\right) \cdot \left(1 + \frac{u}{c} \cdot \cos\theta'\right) \approx \nu_0 \cdot \left[1 + \frac{u}{c} \cdot (\cos\theta' - \cos\theta)\right]$$</td><td>0,50</td><td rowspan="2">1,00</td></tr>
<tr><td>Deplasarea Doppler, va fi:
$$\Delta\nu_D = \nu_d - \nu_0 = \nu_0 \cdot \frac{u}{c} \cdot (\cos\theta' - \cos\theta) = n \cdot \frac{u}{\lambda_0} \cdot (\cos\theta' - \cos\theta)$$</td><td>0,50</td></tr>
<tr><td>B. e) Deplasarea Doppler este maximă dacă $\theta' = 180°$ (radiaţia este reflectată în sens opus celei incidente) şi $\theta = 0°$ (radiaţia cade pe direcţia mişcării particulei). În acest caz:
$$|\Delta\nu_{\mathrm{D,max}}| = \frac{2 \cdot \nu_0 \cdot u}{c} = \frac{2n \cdot u}{\lambda_0}$$</td><td>0,25</td><td rowspan="3">1,00</td></tr>
<tr><td>şi
$$\varepsilon = \frac{|\Delta\nu_{\mathrm{D,max}}|}{\nu_0} = \frac{2u}{c}$$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Observăm că ε are ordinul de mărime 10^{-13}, dar având în vedere că frecvenţa radiaţiei vizibile este de ordinul 10^{15} Hz, rezultă o deplasare de ordin de mărime 10^2 Hz, de care trebuie să se ţină seama în anemometria laser.</td><td>0,50</td></tr>
<tr><td>Oficiu</td><td></td><td>1</td></tr>
</table>

Barem propus de:
Prof. Liviu Arici, Colegiul Naţional „Nicolae Bălcescu” Brăila
Prof. Corina Dobrescu, Colegiul Naţional de Informatică „Tudor Vianu”Bucureşti
Prof. Gabriel Florian, Colegiul Naţional „Carol I” Craiova
Prof. Victor Stoica, Inspectoratul Şcolar al Municipiului Bucureşti