



OLIMPIADA DE MATEMATICĂ  
ETAPA LOCALĂ  
30 IANUARIE 2016

CLASA a V-a

**Subiectul 1.**

- a. Determinați numărul natural  $n$  știind că suma cifrelor numărului  $a = 10^{2n} + 10^n - 2$  este egală cu 2016.
- b. Demonstrați că  $2^{2016} - 2^{2010}$  se divide cu 2016.

**Subiectul 2.** Numere naturale  $a, b, c$  ( $0 < a < b < c$ ) au suma egală cu 63. Știind că la împărțirea sumei numerelor  $b$  și  $c$  la  $a$  se obțin câtul 2 și restul 15, iar unul dintre numerele  $a, b, c$  are cifrele identice, să se determine cele trei numere.

**Subiectul 3.** Se consideră mulțimile  $A = \{1, 2, 3, 4, \dots, 2015, 2016\}$ ,  $B = \{x \in A \mid x \text{ este multiplu de } 25\}$  și  $C = \{x \in B \mid x \text{ este multiplu de } 4\}$ .

- a. Determinați cardinalul mulțimii  $B$ .
- b. Determinați cardinalul mulțimii  $C$ .
- c. Determinați submulțimile lui  $A$  care au suma elementelor egală cu 2033133.

**Subiectul 4.** Niște turiști pornesc de la o cabană la ora 8 dimineața și merg cu viteza de 6 km/h. La ora 12 în aceeași zi se trimite după ei un curier cu o telegramă. Curierul se deplasează cu viteza de 14 km/h. După cât timp și la ce distanță de cabană va ajunge curierul grupul de turiști?

**Notă: Toate subiectele sunt obligatorii**  
**Timp de lucru: 2 ore**

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ**  
**ETAPA LOCALĂ**  
**30 IANUARIE 2016**  
**CLASA a V-a**  
**Bareme**

**Subiectul 1.**

<b>a.</b>	$a = \underbrace{1 \overbrace{00 \dots 00}^{n-1 \text{ zerouri}} 1 \overbrace{00 \dots 00}^n}_{n \text{ zerouri}} - 2 = \underbrace{1 \overbrace{00 \dots 00}^n \overbrace{99 \dots 99}^{n-1 \text{ cifre de } 9}}_{n \text{ zerouri}}$	<b>2p</b>
	Suma cifrelor: $9(n-1)+8+1=2016$	<b>1p</b>
	Finalizare $n=224$	<b>1p</b>
<b>b.</b>	$a = 2^{2000} (2^6 - 1) = 2^{2000} \cdot 63$ $2016 = 63 \cdot 32$ $a = 2^{1995} \cdot 2^5 \cdot 63 = 2^{1995} \cdot 2016, \text{ deci este divizibil cu } 2016$	<b>1p</b> <b>1p</b> <b>1p</b>

**Subiectul 2.**

$b + c = 2a + 15, 15 < a$ $a + b + c = 63 \Leftrightarrow 3a + 15 = 63 \Leftrightarrow a = 16$	<b>1p</b>
Unul dintre numerele $b$ sau $c$ are cifrele egale și $b + c = 47$	<b>2p</b>
$16 < b < c \Rightarrow$ numerele cu cifre egale 22, 33, 44	<b>1p</b>
Dacă $b=22$ , atunci $c=25$	<b>2p</b>
Nu se verifică celelalte valori	<b>1p</b>

**Subiectul 3.**

$B = \{25, 50, 75, \dots, 2000\}$ , deci $\text{card}(B)=80$	<b>2p</b>
Multiplii de 4 din mulțimea $B$ sunt multiplii lui 100 din $A$	<b>2p</b>
$C = \{100, 200, 300, \dots, 2000\}$ , deci $\text{card}(C)=20$	
$1 + 2 + 3 + \dots + 2016 = 2033136$	<b>1p</b>
Submulțimile sunt:	
$A_1 = \{3, 4, 5, \dots, 2016\} = A - \{1, 2\}$	<b>1p</b>
$A_2 = \{1, 2, 4, 5, \dots, 2016\} = A - \{3\}$	<b>1p</b>

**Subiectul 4.**

Turiștii merg 4 ore până la plecarea curierului, parcurgând o distanță de 24 km	<b>2p</b>
Curierul se apropie de turiști în fiecare oră cu distanța de 8 km.	<b>2p</b>
În 3 ore curierul recuperează distanța dintre el și turiști deci îi va ajunge din urmă.	<b>2p</b>
Mergând cu o viteză de 14 km/h, timp de 3 ore curierul parcurge 42km (sau 6km/h·7h cât au mers turiștii)	<b>1p</b>