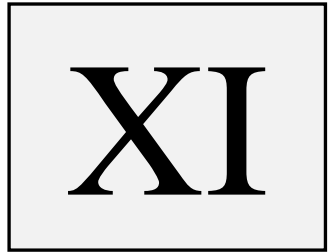
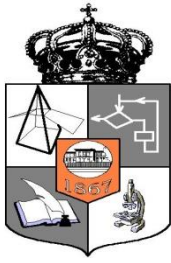


MINISTERUL EDUCAȚIEI
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN BACĂU
COLEGIUL NAȚIONAL „FERDINAND I” BACĂU
Concursul Național Interdisciplinar
„Vrănceanu – Procopiu”
14 decembrie 2024
FIZICA

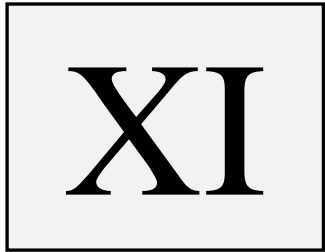


BAREM DE EVALUARE
CLASA A XI-A

PROBLEMA 1	PARȚIAL	TOTAL
a)	1,0	10p.
Dacă egalăm forța elastică cu forța de frecare statică maximă, se obține: $ks = \mu_0 mg$ $s = \frac{\mu_0 mg}{k}$	0,5 0,5	
b)	1,5	
Alungirea resortului poate fi scrisă ca: $s + v_0 t - x$. În timpul deplasării cutiei, se poate scrie relația: $ma = k(s + v_0 t - x) - \mu mg$ De unde, se obține: $a = \frac{k(s + v_0 t - x)}{m} - \mu g$	0,5 0,5	
c)	6,5	
i) Calculând derivata funcției $x(t)$, se obține: $v(t) = v_0(1 - \cos \omega t) + (1 - r)s\omega \sin \omega t$ Cutia se oprește când $v(t) = 0$ pentru prima dată. Folosind identitățile trigonometrice ale unghiului pe jumătate, avem: $0 = 2v_0 \sin^2 \frac{\omega t}{2} + 2(1 - r)s\omega \sin \frac{\omega t}{2} \cos \frac{\omega t}{2}$ $\tan \frac{\omega t}{2} = -\frac{(1 - r)s\omega}{v_0}$ $\tan \left(\pi - \frac{\omega t}{2} \right) = \frac{(1 - r)s\omega}{v_0}$ Notăm: $\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{(1 - r)s\omega}{v_0} \right)$ $t_0 = \frac{2\pi - 2\alpha}{\omega}$ Observație: Am simplificat termenul $\sin(\omega t/2)$, care este nul pentru $t = 2\pi/\omega$. Însă, acest timp este mai mare decât t_0 .	0,5 0,5 0,25 0,25 0,25	
ii) Resortul este alungit cu $\Delta l = s + v_0 t - x$. Înlocuind expresia pentru $x(t)$, se obține: $\Delta l = rs + \frac{v_0}{\omega} \sin \omega t + (1 - r)s \cos \omega t$ $\Delta l = rs + \frac{v_0}{\omega \cos \alpha} \sin(\omega t + \alpha)$	0,25 0,5	

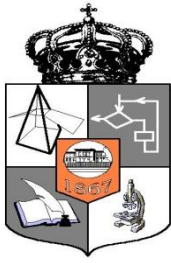


MINISTERUL EDUCAȚIEI
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN BACĂU
COLEGIUL NAȚIONAL „FERDINAND I” BACĂU
Concursul Național Interdisciplinar
„Vrănceanu – Procopiu”
14 decembrie 2024
FIZICA

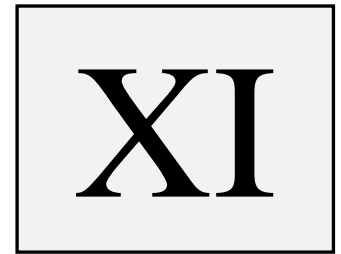


BAREM DE EVALUARE
CLASA A XI-A

<p>Alungirea minimă are loc pentru: $\omega t + \alpha = 3\pi/2$.</p> <p>Observație: Se verifică faptul că acest timp este mai mic decât timpul de oprire, calculat la punctul (c).</p> <p>Pentru ca resortul să aibă lungimea mai mare sau egală cu lungimea nedeformată, trebuie ca alungirea minimă să nu fie negativă:</p> $rs - \frac{v_0}{\omega \cos \alpha} \geq 0$ <p>Din expresia: $\tan \alpha = \frac{(1-r)s\omega}{v_0}$ se obține:</p> $\cos \alpha = \frac{v_0}{\sqrt{v_0^2 + (1-r)^2 s^2 \omega^2}}$ <p>Înlocuind $\cos \alpha$ în inegalitatea de mai sus, avem:</p> $r \geq \frac{1}{2} \left(1 + \left(\frac{v_0}{s\omega} \right)^2 \right)$ <p>Notă: Dacă $v_0/s\omega$ este prea mare, atunci condiția nu poate fi satisfăcută, deoarece $r < 1$ (adică $\mu < \mu_0$).</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,5</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>	
<p>iii) Folosind rezultatul de la punctul (ii), alungirea este:</p> $\Delta l = rs + \frac{v_0}{\omega \cos \alpha} \sin(\omega t + \alpha)$ <p>Înlocuind timpul de oprire t_0, determinat la punctul (i), avem:</p> $\Delta l = rs + \frac{v_0}{\omega \cos \alpha} \sin(2\pi - \alpha)$ $\Delta l = rs - \frac{v_0}{\omega} \tan \alpha = (2r - 1)s$ <p>După oprire, cutia începe să se miște din nou, când alungirea este:</p> $\Delta l = s - v_0 t = (2r - 1)s$ $t = \frac{2(1-r)s}{v_0}$	<p>0,25</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,25</p>	
OFICIU	1	

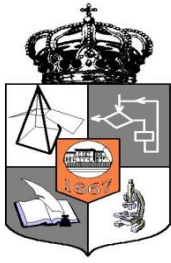


MINISTERUL EDUCAȚIEI
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN BACĂU
COLEGIUL NAȚIONAL „FERDINAND I” BACĂU
Concursul Național Interdisciplinar
„Vrânceanu – Procopiu”
14 decembrie 2024
FIZICA



BAREM DE EVALUARE
CLASA A XI-A

PROBLEMA 2	PARȚIAL	TOTAL
1.	2	
$E_{pe} = 2 \cdot \frac{1}{2} k \cdot (\Delta x)^2 \cong 2 \cdot \frac{1}{2} k \cdot (a \sin \theta_0)^2 \cong ka^2 \theta_0^2$	0,3	
$E_{pg} = mgh = mgb(1 - \cos \theta_0) \cong \frac{1}{2} mgb \cdot \theta_0^2$	0,3	
Deoarece pentru unghiuri mici: $\cos \theta_0 \cong 1 - \frac{\theta_0^2}{2}$		
$E_i = E_f \Rightarrow ka^2 \theta_0^2 + \frac{1}{2} mgb \theta_0^2 = \frac{1}{2} mv_{max}^2$	0,4	
$v_{max} = \theta_0 \cdot \sqrt{\frac{2ka^2}{m} + gb}$	0,5	
Calcul numeric: $v_{max} \cong 0,81 \text{ m/s}$	0,5	
2.	3	
Momentul generat de cele două resorturi:		
$M_1 = -Fe \cdot a = -2k\Delta x \cdot a = -2k \cdot (a \sin \theta) \cdot a \cong -2ka^2 \cdot \theta$	0,5	
Momentul datorat forței de greutate:		
$M_2 = -G_t \cdot b = -mg \sin \theta \cdot b \cong -mgb \cdot \theta$	0,5	
Momentul total:		
$M = M_1 + M_2 = I \cdot \frac{d^2 \theta}{dt^2} = -\theta(2ka^2 + mgb)$	0,5	
unde $I = mb^2$ momentul de inerție față de axa orizontală ce trece prin O		
Se obține ecuația:		
$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{2ka^2 + mgb}{mb^2} \cdot \theta = 0$	0,2	
Se observă că este ecuația unei mișcări armonice simple cu soluția:		
$\theta = \theta_0 \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$	0,3	
Dacă $t = 0 \Rightarrow \theta = \theta_0 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \theta = \theta_0 \cdot \cos \omega t$		
$\omega = \sqrt{\frac{2ka^2 + mgb}{mb^2}}$	0,3	
$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{mb^2}{2ka^2 + mgb}}$	0,3	
Calcul numeric: $T = 0,81 \text{ s}$	0,4	
		10 p

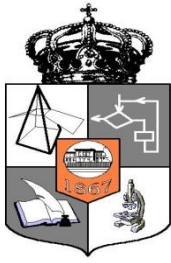


MINISTERUL EDUCAȚIEI
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN BACĂU
COLEGIUL NAȚIONAL „FERDINAND I” BACĂU
Concursul Național Interdisciplinar
„Vrănceanu – Procopiu”
14 decembrie 2024
FIZICA

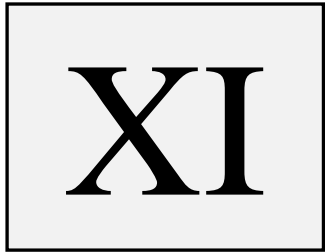
XI

BAREM DE EVALUARE
CLASA A XI-A

3.	4
<p>La coordonata x, asupra corpului de masă m acționează forța elastică și forța de frecare, a cărei sens depinde de sensul vitezei corpului.</p> <p>Dacă $v > 0$</p> $-k(x - l_0) - \mu mg = ma \Rightarrow a = -\frac{k}{m}\left(x - l_0 + \frac{\mu mg}{k}\right)$ <p>Dacă $v < 0$</p> $-k(x - l_0) + \mu mg = ma \Rightarrow a = -\frac{k}{m}\left(x - l_0 - \frac{\mu mg}{k}\right)$ <p>Ecuatiile descriu o mişcare armonică simplă, dar în jurul a două poziții de echilibru:</p> $x_{e1} = l_0 - \frac{\mu mg}{k}, \text{ cu o pulsație: } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ <p>respectiv $x_{e2} = l_0 + \frac{\mu mg}{k}$, cu o pulsație: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$</p> <p>Pentru oscilația $(n + 1)$, unde corpul începe de la viteza nulă dintr-o poziție x_n și capătă o viteză pozitivă, corpul de masă m va oscila în jurul poziției de echilibru $x_{e1} = l_0 - \frac{\mu mg}{k}$ până când ajunge la coordonata:</p> $x'_n = 2\left(l_0 - \frac{\mu mg}{k}\right) - x_n$ <p>unde x'_n este poziția unde viteza devine zero și apoi tinde să devină negativă. Din această poziție, corpul va avea o viteză negativă și va oscila din nou în jurul unei alte poziții de echilibru $x_{e2} = l_0 + \frac{\mu mg}{k}$ până când ajunge în poziția în care viteza devine zero din nou și se termină un ciclu de oscilație:</p> $x_{n+1} = 2\left(l_0 + \frac{\mu mg}{k}\right) - x'_n = x_n + \frac{4\mu mg}{k}$ <p>Apoi corpul continuă să oscileze, efectuând un ciclu complet doar dacă forța de frecare statică este mai mică decât forța elastică din resort.</p> <p>Corpul se va opri definitiv dacă:</p> $k x_n - l_0 \leq \mu mg \text{ sau}$ $k x'_n - l_0 \leq \mu mg$ <p>Dacă nu sunt îndeplinite aceste condiții, corpul continuă cu a $(n + 2)$-a oscilație:</p> $x_{n+1} = x_n + \frac{4\mu mg}{k}$ $x'_{n+1} = x'_n - \frac{4\mu mg}{k}$ <p>Reprezentarea grafică pentru $x(t)$ cu $x = 0$ la $t = 0$</p>	<p>0,2</p> <p>0,2</p> <p>0,2</p> <p>0,2</p> <p>0,2</p> <p>0,2</p> <p>0,2</p> <p>0,2</p>

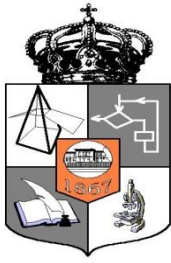


MINISTERUL EDUCAȚIEI
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN BACĂU
COLEGIUL NAȚIONAL „FERDINAND I” BACĂU
Concursul Național Interdisciplinar
„Vrănceanu – Procopiu”
14 decembrie 2024
FIZICA

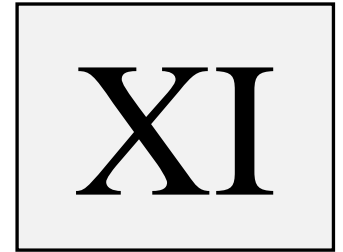


BAREM DE EVALUARE
CLASA A XI-A

<div style="text-align: center;"> </div> <p>Pentru ca mișcarea să înceapă: $kl_0 > \mu mg$</p> <p>Atunci când coordonata x crește, pe porțiunea ascendentă, corpul oscilează în jurul liniei $x_{e1} = l_0 - \frac{\mu mg}{k}$.</p> <p>Atunci când coordonata x scade, pe porțiunea descendentă, corpul oscilează în jurul liniei $x_{e2} = l_0 + \frac{\mu mg}{k}$.</p> <p>Perioada dintre momentele succesive la care corpul ajunge în pozițiile de deplasare maximă pozitivă – „vârf” și deplasare maximă negativă – „depresiune” este $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$.</p> <p>Coordonata corespunzătoare unui „vârf” este cu $\frac{4\mu mg}{k}$ mai mică decât coordonata anterioară a unui „vârf”,</p> <p>iar coordonata corespunzătoare unei „depresiuni” este cu $\frac{4\mu mg}{k}$ mai mare decât coordonata anterioară corespunzătoare unei depresiuni.</p> <p>Coordonata „vârfului” și coordonata „depresiunii” de ordin „$n+1$” sunt:</p> $x'_n = 2l_0 - \frac{(4n + 2)\mu mg}{k}$ $x_n = \frac{4n\mu mg}{k}$ <p>Se observă că coordonatele „vârfulor” vor fi mereu mai mari decât $l_0 + \frac{\mu mg}{k}$, iar ale „depresiunilor” mai mici decât $l_0 - \frac{\mu mg}{k}$, înainte de oprire.</p> <p>Condiția de oprire la al „$n + 1$” -lea „vârf”, respectiv „depresiune” este:</p> $x'_n \leq l_0 + \frac{\mu mg}{k} \text{ și } x_n \geq l_0 - \frac{\mu mg}{k}$ <p>Pentru oprirea la cel de-al „$n + 1$”-lea „vârf”, respectiv „depresiune”, numărul de cicluri este:</p> $n_V = \left[\frac{l_0 k}{4\mu mg} - \frac{3}{4} \right]$	0,6	
<p>0,2</p>		
<p>0,2</p>		
<p>0,2</p>		
<p>0,2</p>		
<p>0,2</p>		
<p>0,2</p>		



MINISTERUL EDUCAȚIEI
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN BACĂU
COLEGIUL NAȚIONAL „FERDINAND I” BACĂU
Concursul Național Interdisciplinar
„Vrănceanu – Procopiu”
14 decembrie 2024
FIZICA



BAREM DE EVALUARE
CLASA A XI-A

$n_{-v} = \left[\frac{l_0 k}{4\mu mg} - \frac{1}{4} \right]$	0,2	
Numărul total de cicluri complete până la oprirea corpului de masă m este minimul dintre cele două valori:	0,2	
$n_t = \min(n_v, n_{-v})$		
OFICIU	1	