MATEMATIKA OLIMPIÁSZ

KÖRZETI SZAKASZ

2014. február 23

VI. OSZTÁLY

1.) Hasonlítsd össze az *a* és *b* számokat, ha $a = \frac{2^{2014}}{10^{2017}} \cdot 25^{1007}$ és $b = \left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{4}\right) \ldots \left(1 - \frac{1}{2014}\right)$.

2.) Határozd meg az $A = \left\{ \frac{1}{2015}; \frac{2}{2015}; \frac{3}{2015}; ...; \frac{2014}{2015} \right\}$ halmaz irreducibilis törteinek a számát!

3.) Adott egy 130° mértékű *AOB* szög. Legyen *(OC* az *(OA* ellentétes félegyenese és $OD \perp OA$ úgy, hogy *(OB* és *(OD* az *AC*-hez képest különböző félsíkokban helyezkedjenek el. Az *(OD*-vel azonos félsíkban legyen $OE \perp OB$. Számítsd ki:

a.) $m\left(\widehat{BOC}\right), m\left(\widehat{DOE}\right)$ és $m\left(\widehat{COE}\right)$

b.) az *AOB* és *COE* szögek szögfelezői által alkotott szög mértékét.

4.) Legyen az $ABC_{\triangle}$ általános háromszögben $AB < AC; (AD$ belső szögfelező, $D \in (BC)$ és $(AM$ külső szögfelező, $M \in (CB$. Vedd fel az $N \in (MA$ pontot úgy, hogy $(AM) \equiv (AN)$ és $DN \cap AC = \{E\}$ legyen. Mutasd ki, hogy:

a.) $ADM_{\triangle} \equiv ADN_{\triangle}$;

b.) $ABM_{\triangle} \equiv AEN_{\triangle}$;

c.) $EMA \equiv BNA$;

d.) $AD \perp BE$.

Megjegyzés:

Minden feladat kötelező.

Minden feladat 10 pontot ér.

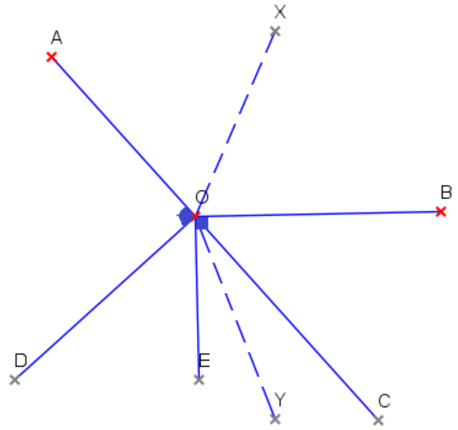
Munkaidő 2 óra.

OLIMPADA DE MATEMATICA
ETAPA LOCALĂ
23 februarie 2014

BAREM
CLASA A VI-A

1.)	**Din oficiu**	**1p**
	$a=\frac{2^{2014}}{10^{2017}}\cdot 25^{1007}=\frac{2^{2014}}{2^{2017}\cdot 5^{2017}}\cdot 5^{2014}=\frac{1}{1000}$	**4p**
	$b=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\ldots\left(1-\frac{1}{2014}\right)=\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdots\frac{2013}{2014}=\frac{1}{2014}$	**4p**
	a > b	**1p**

2.)	**Din oficiu**	**1p**
	Avem 2015= 5·13·31	**1p**
	Între 1 şi 2014 sunt 402 multipli de 5	**1p**
	Între 1 şi 2014 sunt 154 multipli de13	**1p**
	Între 1 şi 2014 sunt 64 multipli de 31	**1p**
	Nr. numerelor divizibile şi cu 5 şi cu 13 sunt 30	**1p**
	Nr. numerelor divizibile şi cu 5 şi cu 31 sunt 12	**1p**
	Nr. numerelor divizibile şi cu 13 şi cu 31 sunt 4	**1p**
	Vor fi deci 402+154+64-(30+12+4)= 620-46=574 fracţii reductibile	**1p**
	Din cele 2014 fracţii rămân 2014-574= 1440 fracţii ireductibile	**1p**

3.)	**Din oficiu**	**1p**
a)		**1p**
	$DO\perp AO\Rightarrow m\left(\hat{AOD}\right)=90°,\quad OE\perp OB\Rightarrow m\left(\hat{BOE}\right)=90°$	**3p**
	$m\left(\hat{AOC}\right)=180°\Rightarrow m\left(\hat{BOC}\right)=180°-m\left(\hat{AOB}\right)=180°-130°=50°$	
	$m\left(\hat{EOC}\right)=m\left(\hat{EOB}\right)-m\left(\hat{BOC}\right)\Rightarrow m\left(\hat{EOC}\right)=40°$	**3p**
	$m\left(\hat{DOE}\right)=m\left(\hat{AOC}\right)-\left[m\left(\hat{AOD}\right)+m\left(\hat{EOC}\right)\right]\Rightarrow m\left(\hat{DOE}\right)=50°$	

b)	$m\left(X\hat{O}Y\right)=\frac{m\left(A\hat{O}B\right)}{2}+m\left(B\hat{O}C\right)+\frac{m\left(E\hat{O}C\right)}{2}\Rightarrow m\left(X\hat{O}Y\right)=135^\circ$	**2p**

4.)	**Din oficiu**	**1p**
a)	Elaborarea desenului	**1p**
	$m\left(DAM\sphericalangle\right)=180^\circ:2=90^\circ=m\left(DAN\sphericalangle\right)$	**1p**
	Triunghiurile dreptunghice ADM şi ADN au câte două catete congruente	**1p**
b)	$\left.\begin{array}{l} MAB\sphericalangle\equiv NAE\sphericalangle \\ (AM)\equiv(AN) \\ \hat{M}\equiv\hat{N}\ (a)) \end{array}\right\}\xrightarrow{U.L.U.}{}_{\Delta}ABM\equiv{}_{\Delta}AEN$	**2p**
c)	$\left.\begin{array}{l} EAM\sphericalangle\equiv BAN\sphericalangle \\ (EA)\equiv(BA)\ (b)) \\ (AM)\equiv(AN) \end{array}\right\}\xrightarrow{L.U.L.}{}_{\Delta}AEM\equiv{}_{\Delta}ABN\Rightarrow EMA\sphericalangle\equiv BNA\sphericalangle$	**2p**
d)	${}_{\Delta}ABE$ isoscel, $\big($$AD$ bisectoare $\Rightarrow\big($$AD$ înălţime $\Leftrightarrow AD\perp BE$	**2p**