



Olimpiada de Astronomie și Astrofizică
Etapa Națională, 2014
Proba Teoretică
Juniori



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

Subiectul I – Probleme Scurte

Problema 1

Planeta NOAA. În anul 3014 o navă spațială cu misiunea colonizării spațiului cosmic ajunge în vecinătatea unei stele identice cu Soarele și sintetizează dintr-un material cu densitatea egală cu densitatea Pământului o planetă sferică – planeta **NOAA**, pe care o plasează pe o traiectorie circulară în jurul noului Soare. Suprafața totală a planetei este egală cu suprafața României ($S = 237\,600\text{ km}^2$).

- A. *Calculează* accelerația gravitațională la suprafața planetei NOAA.
- B. Pentru plasarea pe orbită a planetei NOAA se procedează în felul următor. Se aduce planeta la distanța $r = 100\text{ UA}$ față de centrul noului Soare, după care se imprimă planetei o viteză v_0 perpendiculară pe raza noii orbite. *Calculează* valoarea vitezei v_0 și perioada de revoluție a planetei.

Problema 2

Observații ...la Brașov!

- A. Un participant la olimpiadă ajuns mai devreme la Brașov, latitudinea $\varphi = 45^\circ 38'$, observă că umbra meridiană a gnomonului său înalt de 1 m are lungimea de 1,12 m. *Calculează* declinația Soarelui în acel moment.
- B. Localitatea din care a plecat participantul la olimpiadă este plasată la aceeași latitudine cu Brașovul dar la o diferență de longitudine de $2^{\circ} 41' 24''$. *Determină* ce distanță a parcurs elevul.

Problema 3

- A. **Faza lui Marte.** *Determină* faza maximă a lui Marte în funcție de distanța acesteia față de Pământ, Soare și unghiul dintre acestea.
- B. Longitudinea Bucureștiului este $1^{\text{h}} 44^{\text{m}} 23^{\text{s}}$. *Calculează* longitudinea față de Greenwich la care este situată o localitate în care, când în București timpul sideral este $2^{\text{h}} 30^{\text{m}}$, timpul sideral are valoarea $8^{\text{h}} 45^{\text{m}}$.

Problema 4 -

Misiune imposibilă !?

Cercetătorii descoperă, la distanță foarte mare de Pământ, un asteroid perfect sferic de dimensiuni foarte mari – raza R . Pentru a-l studia, se trimite către asteroid o navetă spațială. Ajunsă în vecinătatea asteroidului, la distanța L față de centrul acestuia, naveta spațială are viteza v_0 orientată pe direcția centrului asteroidului. Tu ești pilotul navei spațiale și ai misiunea de a plasa pe suprafața acestuia o sondă. Dispui de o cantitate redusă de combustibil care nu îți permite oprirea completă a navei pe solul asteroidului.

- A. *Determină* ce manevră trebuie să efectuezi astfel încât să eviți ciocnirea cu asteroidul și să plasezi sonda pe suprafața asteroidului cu un consum minim de combustibil.
- B. Presupunând că asteroidul are masa un procent p din masa Pământului, *determină* valoarea vitezei inițiale a navei pentru care, după efectuarea manevrei naveta să devină satelit al asteroidului, cu orbita razantă la nivelul solului acestuia.



Olimpiada de Astronomie și Astrofizică
Etapa Națională, 2014
Proba Teoretică
Juniori



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

Problema 5
Corpuri pe cer.

- A. Luna și Soarele se văd pe cer având același diametru unghiular, aproximativ $0,5^\circ$. Știind că diametrul Lunii este de 3.500 km și diametrul Soarelui de 1.400.000 km, *calculează* de câte ori este mai aproape Luna decât Soarele, față de Pământ.
- B. Din două observatoare situate în locuri diferite pe glob, **A** și **B**, se observă în același timp un asteroid. Distanțele zenitale ale satelitului față de orizontul locului sunt $z_1 = 30^\circ$ pentru observatorul **A**, respectiv $z_2 = 45^\circ$ pentru observatorul **B**. Suma paralaxelor geocentrice în raport cu cele două observatoare este $P = 70'$. *Determină* distanța, exprimată în raze terestre, de la asteroid la centrul Pământului considerat sferic.

Subiectul II – Naveta spațială

În seara de Anul Nou, Venus a atins punctul de elongație estică maximă, fiind observată de pe Pământ. În același timp, o navetă spațială a fost lansată de pe Venus spre planeta Marte, pe o orbită tangențială la orbitele lui Venus și Marte.

Să se determine:

- durata minimă a zborului navei spațiale între cele două planete;
- distanța dintre Pământ și Marte în momentul lansării navei;
- ce stea strălucitoare este văzută în seara de Anul Nou aproape de Marte pe cerul Pământului.

Se cunosc valorile razelor orbitelor: Venus $a_1 = 0,723\text{UA}$, Pământ $a_2 = 1\text{UA}$ și Marte $a_3 = 1,524\text{UA}$.

Subiectul III – Mesaje din trecut

Supernova ...bunicului

Aflat în vizită la bunici, descoperi în podul casei, într-un cufăr, un telescop și într-un plic următorul mesaj.

„Dragă nepoate știu că peste ani vei fi pasionat de astronomie. Drept pentru care, vei găsi în cufăr un telescop cu distanța focală $f_{ob} = 200\text{mm}$. E un telescop foarte bun, ai grijă de el. Cu ajutorul lui am făcut o descoperire uluitoare. Era în noaptea de 1 noiembrie 1932 și dintr-o dată am observat pe cer o supernovă. Evident că avea strălucirea maximă și, corespunzător magnitudinea ei era $m_0 = -6^m$, fiind vizibilă cu ochiul liber. Urmărind-o noapte de noapte, strălucirea ei a început să scadă, și pe la 1 martie 1934 nu am mai văzut-o cu ochiul liber, dar am mai putut să o observ cu ajutorul telescopului până la data de” Și aici mesajul s-a întrerupt.

Știi că strălucirea supernovei, notată E , la momentul t (exprimat în luni), măsurat de la momentul strălucirii maxime, este deteminată cunoscând strălucirea supernovei, E_0 , la momentul strălucirii maxime, cu ajutorul formulei $E = E_0 \cdot 10^{-t/k}$, unde k este o constantă ce trebuie determinată.

Calculează data calendaristică limită (indicând luna și anul) până la care bunicul a mai putut observa supernova cu ajutorul telescopului.

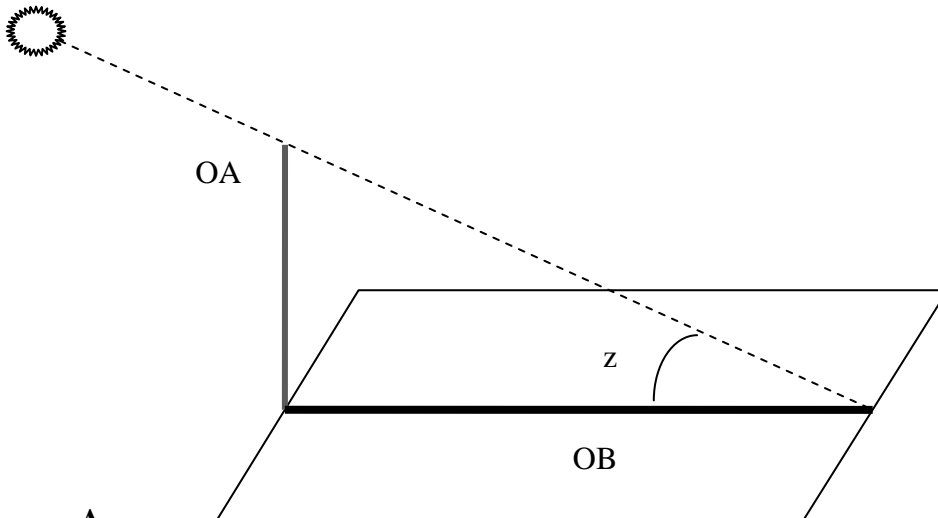
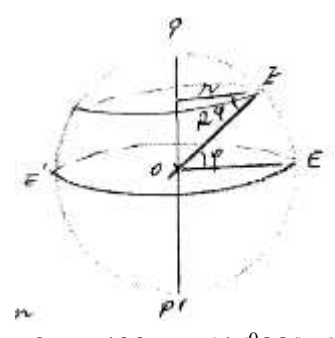
*Prof. Erika Suhai, Institutul Astronomic al Academiei Române
Prof. Carmen Antonescu, Liceul de Arte „Bălașa Doamna”, Târgoviște,
Prof. Sorin Trocaru, M.E.N.*



Subiect	Parțial	Punctaj
Subiect I - Probleme scurte		10p
<p>Problema 1 Rezolvare</p> <p>A. $S_{planeta} = 4\pi R_{planeta}^2$</p> $R_{planeta} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{S}{\pi}}$ $R_{planeta} = 137,50 \text{ Km}$ <p>Accelația gravitațională la suprafața planetei</p> $g_{planeta} = k \frac{M_{planeta}}{R_{planeta}^2}$ <p>Accelația gravitațională la nivelul suprafeței Pământului:</p> $g_o = k \frac{M_{pamant}}{R_p^2}$ $\frac{g_{planeta}}{g_o} = \frac{M_{planeta}}{M_p} \left(\frac{R_p}{R_{planeta}} \right)^2$ <p>Deoarece Pământul și planeta au aceeași densitate raportul maselor va fi egal cu puterea a treia a raportului razelor</p> $\frac{g_{planeta}}{g_o} = \left(\frac{R_{planeta}}{R_p} \right)^3 \left(\frac{R_p}{R_{planeta}} \right)^2 = \frac{R_{planeta}}{R_p}$ $g_{planeta} = g_o \frac{R_{planeta}}{R_p}$ $g_{planeta} = 0,21 \frac{m}{s^2}$ <p>B. Traectoria este un cerc, deci: - Forța cu care este atrasă planeta trebuie să fie forță centripetă:</p> $F = k \frac{M_{planeta} \cdot M_{\odot}}{r^2} \text{ și } F = \frac{v_0^2 M_{planeta}}{r}$ $k \frac{M_{planeta} \cdot M_{\odot}}{r^2} = \frac{v_0^2 M_{planeta}}{r}$ $v_0^2 = k \frac{M_{\odot}}{r} (1)$		1p

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



$v_0 = 2986 \frac{m}{s} \quad T^2 = a^3 \Rightarrow T \approx 1000 \text{ ani}$	1p	
<p>Problema 2 Rezolvare</p>  <p>A.</p> $\operatorname{tg} z = \frac{OA}{OB} = \frac{1}{1,12} = 0,893 \Rightarrow z = 41^{\circ},7$ $\varphi = z + \delta \Rightarrow \delta = \varphi - z = 45^{\circ}38' - 41^{\circ}42' = 3^{\circ}56'$ <p>B.</p>  $r = R \cos \varphi$ $l = 2\pi R \cos \varphi \frac{n^{\circ}}{360^{\circ}}$ $n^{\circ} = 2^{\circ}41'24'' = 9684''$ $l = \frac{2\pi \cdot 6400 \cdot \cos(45^{\circ}38') \cdot 9684''}{360 \cdot 3600} = 226,5 \text{ km}$	1p	1p

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Problema 3

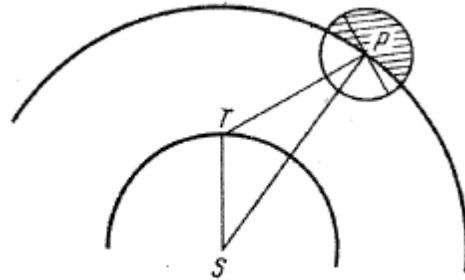
Rezolvare

A.

$$\frac{TS}{\sin p} = \frac{SP}{\sin T} \Rightarrow \sin p = \frac{TS}{SP} \cdot \sin T;$$

Valoarea maximă a unghiului se obține numai în cuadratură, $T=90^\circ$, adică:

$$(P_{Marte})_{\max} \approx 41^\circ$$



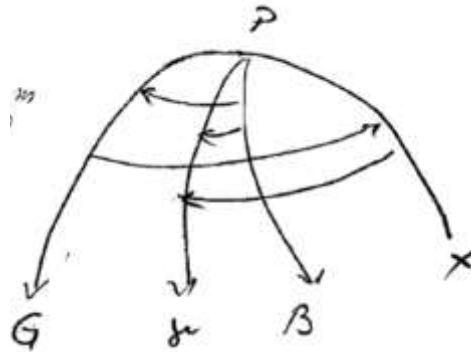
1p

B.

$$\sphericalangle BPG = 1^h 44^m 23^s$$

$$\sphericalangle BP\gamma = 2^h 30^m$$

$$\sphericalangle XP\gamma = 8^h 45^m$$



$$\sphericalangle XPB = \sphericalangle XP\gamma - \sphericalangle BP\gamma = 8^h 45^m - 2^h 30^m = 6^h 15^m$$

Longitudinea estică a localității este

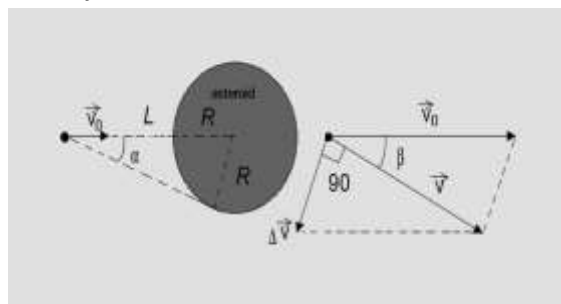
$$\sphericalangle XPG = \sphericalangle XPB + \sphericalangle BPG = 6^h 15^m + 1^h 44^m 23^s = 7^h 59^m 23^s \text{ E}$$

1p

Problema 4

Rezolvare

A. Pentru evitarea coliziunii pilotul trebuie să îndrepte naveta într-o direcție care să evite contactul cu asteroidul, conform figurii:



$R + L$

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



Olimpiada de Națională de Astronomie și
Astrofizică 2014
Proba teoretică juniori
Barem



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

iar orientarea optimă a corecției Δv , la o valoare dată a lui Δv , adică orientarea care face ca direcția vectorului viteză finală, v , să fie maxim deviată față de direcția vectorului viteză inițială, v_0 . Deviarea navei trebuie să se facă cu:

$$\sin \beta = \frac{\Delta v}{v_0}$$

La limită

$$\alpha = \beta$$

$$\sin \alpha = \frac{\Delta v}{v_0}$$

Condiția de mai sus îi impune cosmonautului-pilot respectarea relației:

$$\Delta v = \frac{R \cdot v_0}{R + L}$$

B. Condiția este ca viteza finală v să fie prima viteză cosmică pentru asteroid.

Se calculează accelerația gravitațională la suprafața asteroidului :

$$\frac{g_{\text{asteroid}}}{g_0} = \frac{R_{\text{asteroid}}}{R_p}$$

$$v = \sqrt{2g_{\text{asteroid}} R_{\text{asteroid}}} = \sqrt{\frac{2g_0}{R_p} R_{\text{asteroid}}}$$

$$v_0 = v \cos \alpha$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{2g_0}{R_p} R_{\text{asteroid}}} \sqrt{1 - \left(\frac{R}{R + L}\right)^2}$$

1p

1p

Problema 5

Rezolvare

A.

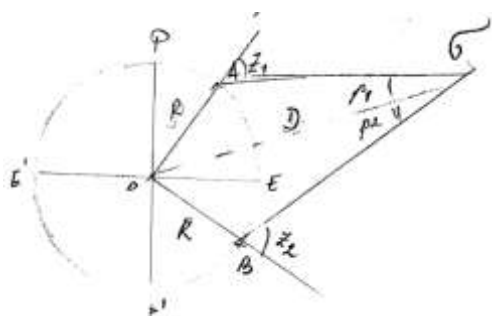
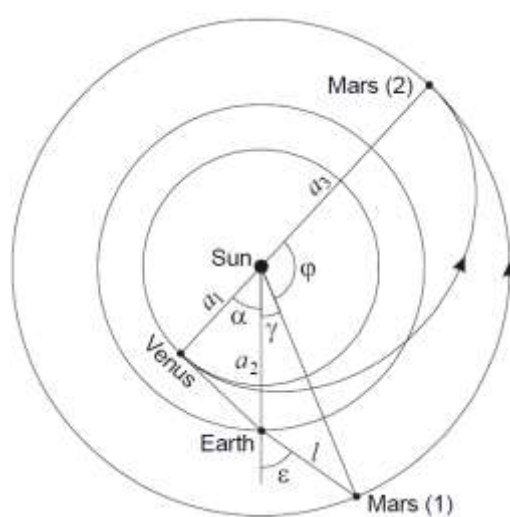
$$\theta(^{\circ}) = 206265 \frac{D}{d}$$

$$\frac{\theta_{\square}}{\theta_L} = \frac{206265 \frac{D_{\square}}{d_{\square}}}{206265 \frac{D_L}{d_L}}$$

$$\frac{d_{\square}}{d_L} = \frac{1400000 \text{ km}}{3500 \text{ km}} = 400$$

1p

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

<p>B.</p> $p_1 = \frac{R}{D} \sin z_1$ $p_2 = \frac{R}{D} \sin z_2$ $P = p_1 + p_2 = \frac{R}{D} (\sin z_1 + \sin z_2)$ $D = \frac{R}{P} (\sin z_1 + \sin z_2)$ <p>Înlocuind cu datele numerice (cu P exprimat în radiani: $P = 70 \times 60 : 206265 = 0,0203$), obținem $D = 59,726R$</p> 	<p>1p</p>	
<p>TOTAL SUBIECTUL I</p>		<p>10 p</p>
<p>Subiect II</p> <p style="text-align: center;">Rezolvare</p>  <p>a) Figura prezintă pozițiile lui Venus și a Pământului, în seara de Anul Nou, când nava a fost lansată de pe Venus. Din moment ce Venus se vede de pe Pământ la elongație estică maximă, distanța Venus-Pământ va fi tangentă la orbita lui Venus.</p> $\cos \alpha = \frac{a_1}{a_2} \Rightarrow \alpha = \arccos \frac{a_1}{a_2}$		<p>1p desen</p>

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



$\alpha = 43^{\circ},7$ unde α este unghiul heliocentric între direcția la Venus și a Pământului Punctul de pe orbita lui Marte, în care va ajunge planeta, este situată în direcția opusă direcției la Venus. Pentru a găsi poziția curentă a lui Marte, vom calcula durata zborului navei. $a = \frac{a_1 + a_3}{2} = 1,124UA$ unde a este semiaxa mare a orbitei navei. Durata zborului Δt este jumătatea perioadei sale orbitale. $T^2 = a^3 \Rightarrow T = 1,19 \text{ ani}$ $\Delta t = \frac{T}{2} = 0,595 \text{ ani} \approx 217 \text{ zile}$ a) $\Delta t \dots \dots \dots \varphi$ $T_M \dots \dots \dots 360^{\circ}$ $\varphi = 360^{\circ} \cdot \frac{\Delta t}{T_M} \Rightarrow \varphi = 360^{\circ} \cdot \frac{\Delta t}{(a_3)^{3/2}}$ $\varphi = 113^{\circ},9$ În momentul de lansare, unghiul heliocentric dintre direcția lui Marte și a Pământului era: $\gamma = 180^{\circ} - \alpha - \varphi = 22^{\circ},4$ Distanța dintre Pământ și Marte a fost egală cu $l = \sqrt{a_2^2 + a_3^2 - 2a_2a_3 \cos \gamma} = 0,71 UA$	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>1,5p</p> <p>1,5p</p>	
TOTAL SUBIECTUL II		10 p
<p>Subiect III</p> <p>Pentru afla constanta k folosim legea lui Pogson scrisă sub forma:</p> $\frac{E}{E_0} = 10^{-0,4(m-m_0)},$	2p	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



Olimpiada de Națională de Astronomie și
Astrofizică 2014
Proba teoretică juniori
Barem



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

<p>unde E și E_0 sunt strălucirile stelelor, iar m și m_0 sunt magnitudinile corespunzătoare, precum și relația dintre strălucire și timpul scurs de când s-a atins maximum strălucirii stelei: $E = E_0 \cdot 10^{-t/k}$</p> <p>La 1 noiembrie 1932 magnitudinea era $m_0 = -6$</p> <p>La 1 martie 1934 au trecut 16 luni, steaua nemaifiind vizibilă cu ochiul liber, magnitudinea ei este:</p> <p>$m = +6$.</p> <p>Deci:</p> $\frac{E}{E_0} = 10^{-0,4(6-(-6))}; (1)$ <p>Diferența de magnitudine corespunzătoare intervalului de timp este de 12^m clase de magnitudine. Atunci:</p> $E = E_0 \cdot 10^{-16/k}; (2)$ <p>Din (1) și (2) rezultă</p> $k = \frac{10}{3} \text{ luni}$ <p>Magnitudinea limită a unui instrument cu diametrul obiectivului $D = 200$ mm se calculează cu ajutorul formulei:</p> $m_{\text{limita}} = 7,5^m + 5^m \cdot \log D ,$ <p>unde D este diametrul D al obiectivului exprimat în centimetri.</p> <p>Astfel, cu ajutorul unui telescop cu diametrul obiectivului $D = 20$ cm, supernova ar mai fi putut fi observată până când magnitudinea ei ajunge egală cu 14^m.</p> <p>Folosind formula</p> $E = E_0 \cdot 10^{-t/k}$ <p>și</p> $\frac{E}{E_0} = 10^{-0,4(14-(-6))} \quad , \quad \frac{E}{E_0} = 10^{-8}$ <p>rezultă</p> $-\frac{t}{k} = -8 \quad , \quad t = \frac{80}{3} \approx 26,66 \text{ luni}$ <p>Din momentul strălucirii maxime și până în momentul în care a mai putut fi zărită cu telescopul au trecut 26,66 luni, adică doi ani și 2,66 luni, adică până spre sfârșitul lunii ianuarie 1935 (aproximativ 20 ianuarie 1935).</p>	<p>1p</p> <p>2p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>2p</p> <p>1p</p>	
TOTAL SUBIECTUL III		10 p

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.