



Olimpiada de matematică – clasa a IX-a
etapa zonală – 9 februarie 2013

SUBIECTE

1. Un număr întreg K de trei cifre este pătratul unui număr întreg k . Dacă schimbăm ordinea ultimelor două cifre ale lui K , se obține pătratul numărului $k + 1$. Determinați numărul k .
2. Ecuația $x^2 - x + a = 0$ are rădăcinile reale x_1, x_2 . Dacă $|x_1^2 - x_2^2| = 1$, arătați că $|x_1^n - x_2^n| = 1$ pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.
3. Arătați că orice pătrat se poate tăia în alte $n \in \mathbb{N}$ pătrate, dacă $n \geq 6$.
4. În patrulaterul $ABCD$ avem $AB \parallel CD$. Fie punctele $M \in [AD]$ și $N \in [BC]$ astfel încât $\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC} = \frac{AB}{CD}$. Arătați că dreapta MN este paralelă cu bisectoarea unghiului interior al dreptelor AB și CD .

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect este notat cu 10 puncte.
Timp de lucru: 3 ore.