INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN
CONSTANŢA

MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

CLASA a XI - a * Subiecte*

Subiectul 1

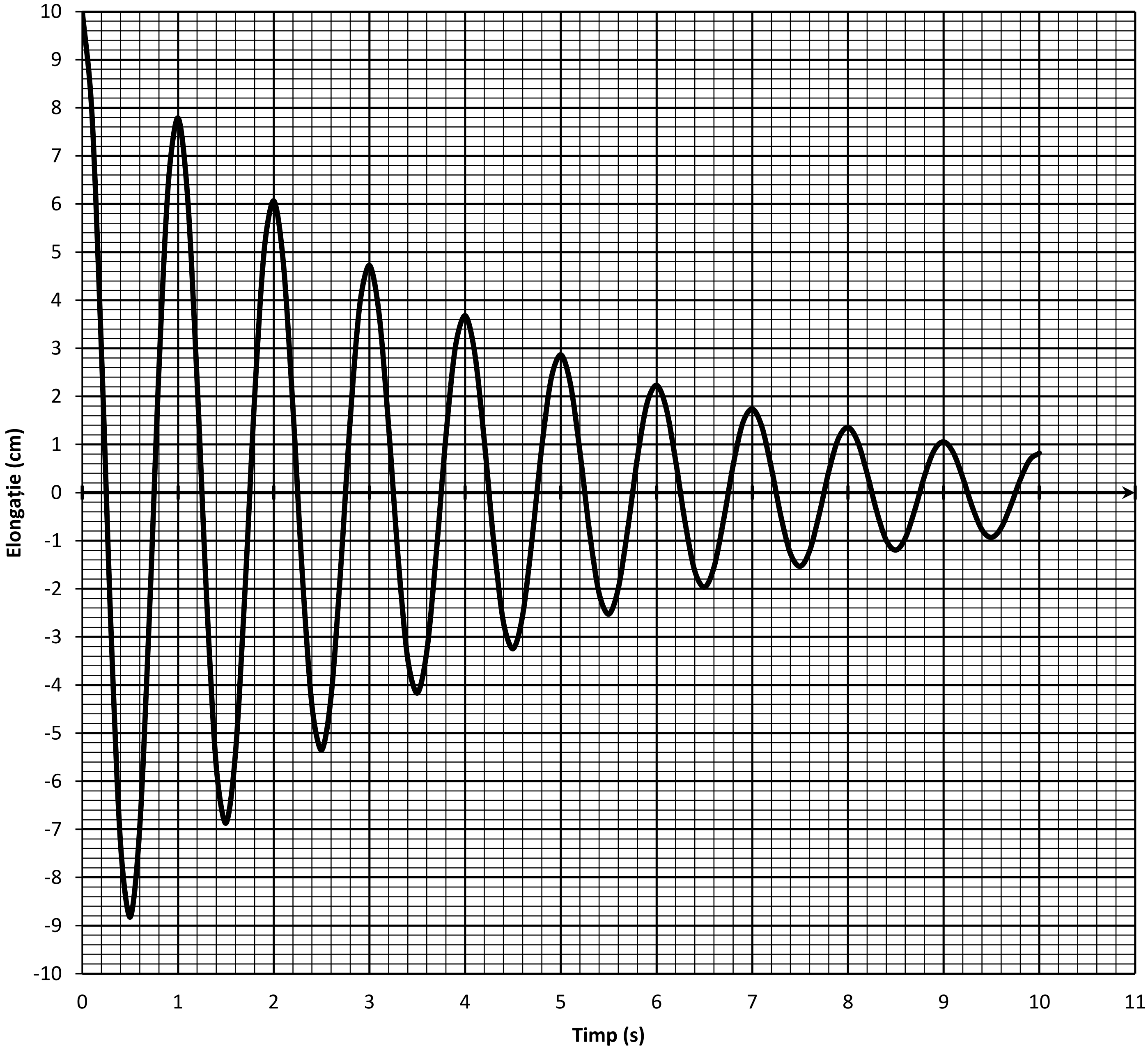
În figura de mai jos este reprezentată legea mișcării unui oscilator armonic amortizat.

a. Determinați frecvența de oscilație și faza inițială a mișcării.

b. Alcătuiți un tabel de date semnificative și reprezentați grafic $ln\frac{A_0}{A}=f(t)$, unde A_0 este amplitudinea inițială și A este amplitudinea la momentul t. Determinați din grafic coeficientul de amortizare și scrieți legea mișcării acestui oscilator.

c. Arătați că raportul $Q=\frac{\text{energia înmagazinată}}{\text{pierderea de energie într-o perioadă}}$ este o constantă și determinați valoarea acesteia.

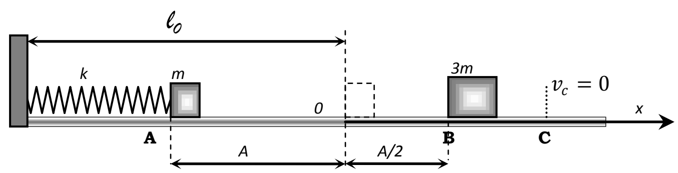
d. Identificați un sistem fizic oscilant a cărui mișcare să poată fi descrisă de graficul de mai jos.



NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare problemă se rezolvă pe o foaie separate. Timp de lucru: 3ore din momentul primirii subiectelor. Este permisă folosirea calculatoarelor neprogramabile. Orice alt aparat electronic și surse documentare sunt interzise și trebuie depuse în păstrare profesorilor supraveghetori.

Subiectul 2

Un corp de masă m, considerat punctiform este legat de un resort elastic de constantă k și se poate deplasa fără frecare pe o suprafață orizontală. În momentul eliberării corpului resortul este comprimat cu $\Delta l = A$. În punctul B aflat la distanța $\frac{A}{2}$ de poziția de echilibru corpul m suferă o ciocnire plastică cu un alt corp de masă $3m$, aflat inițial în repaus.



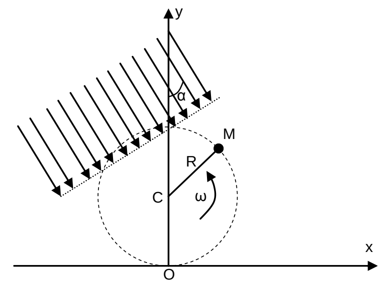
Aflați:

a. Viteza v_1 a corpului m înainte de ciocnire.
b. Viteza v_2 a sistemului imediat după ciocnire și pulsația noii mișcări oscilatorii.
c. Amplitudinea mișcării corpului de masă $4m$ și faza inițială a acestei mișcări.

Subiectul 3

A. Punctul **M** se mișcă uniform pe o circumferință de rază **R** cu viteza unghiulară **ω**. El este iluminat de un flux de lumină paralelă, care formează un unghi **α** cu axa **Oy** în planul desenului. Scrieți ecuația mișcării umbrei punctului **M** de-a lungul axei **Ox**, dacă: ***a.*** $\alpha = 0$; ***b.*** $\alpha \neq 0$

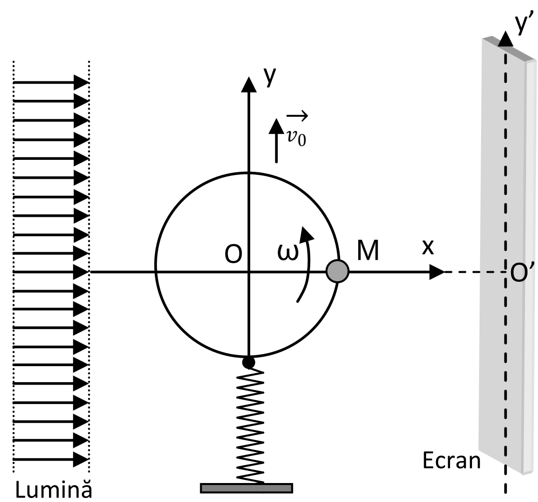
În ambele cazuri la momentul inițial de timp coordonatele **x** și **y** ale punctului **M** sunt egale cu zero.



B. Un disc vertical de rază A oscilează armonic în planul desenului cu amplitudinea A, timp în care punctului M, de pe marginea discului, i se asigură o mișcare circulară uniformă cu viteza unghiulară ω_M, egală numeric cu pulsația oscilației armonice verticale.

Sistemul de axe xOy este fix în raport cu pământul, iar la momentul $t_0 = 0$ este surprins în desen, discul fiind chiar în poziția de echilibru.

a. Să se afle legea de mișcare a proiecției (umbrei) punctului M pe axa Oy în cazul mișcării circulare a punctului M cu vitezele unghiulare ω și 2ω.
b. Să se scrie ecuația traiectoriei punctului M coordonate xOy pentru $\omega_M = \omega$ și pentru $\omega_M = 2\omega$.
c. La ce momente de timp proiecția punctului M trece prin O' dacă $\omega_M = 2\omega$?
d. Folosind compunerea punct cu punct a 2 grafice reprezentați legea $y'_M = f(\omega t)$ pentru $\omega_M = 2\omega$.



Subiecte propuse de profesorii: *Oprea Sanda (Colegiul Național „Mircea cel Bătrân” Constanța) și Sârbu Marian (Liceul Teoretic „Ovidius” Constanța).*

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare problemă se rezolvă pe o foaie separate. Timp de lucru: 3ore din momentul primirii subiectelor. Este permisă folosirea calculatoarelor neprogramabile. Orice alt aparat electronic și surse documentare sunt interzise și trebuie depuse în păstrare profesorilor supraveghetori.

Subiectul 1 – Rezolvare și barem.

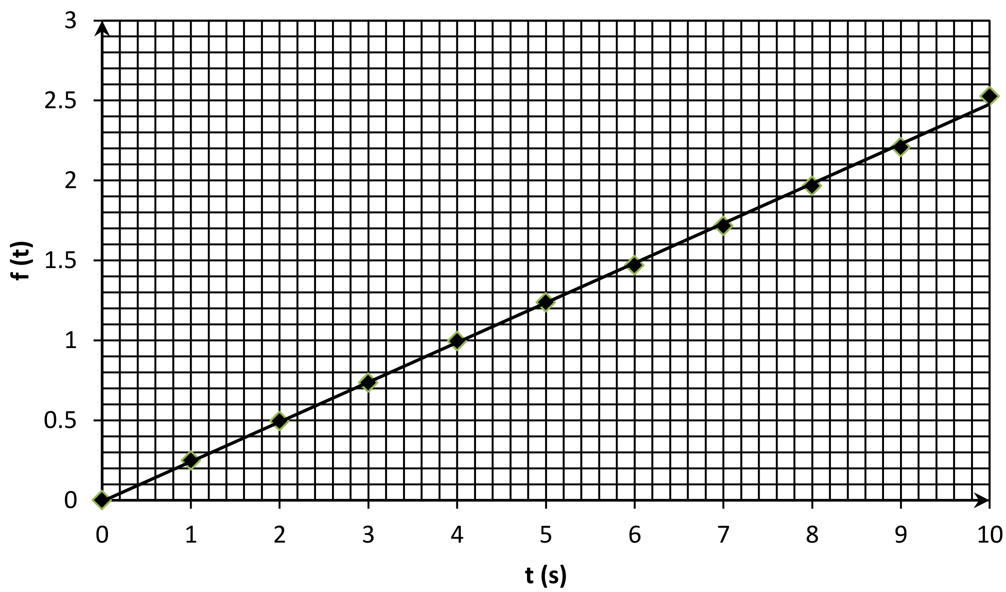
a. Din grafic observăm că perioada este $T = 1s$ și atunci valoarea frecvenței este $\nu = \frac{1}{T} = 1Hz$. ***(0,5p)***

La $t = 0$ observăm că $y = A_0 =$ maxim deci $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$ ***(0,5p)***

b. Tabel ***(2p)***

$t(s)$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$A(cm)$	10	7,8	6,1	4,8	3,7	2,9	2,3	1,8	1,4	1,1	0,8
$f(t) = ln\frac{A_0}{A}$	0	0,248	0,494	0,734	0,994	1,237	1,469	1,715	1,966	2,207	2,525

Grafic ***(1p)***



$$b = \frac{ln\left(\frac{A_0}{A}\right)}{t} = (0{,}25 \pm 0{,}01)s^{-1}$$
$$b \in [0{,}24; 0{,}26]s^{-1} \quad (\mathbf{1p})$$

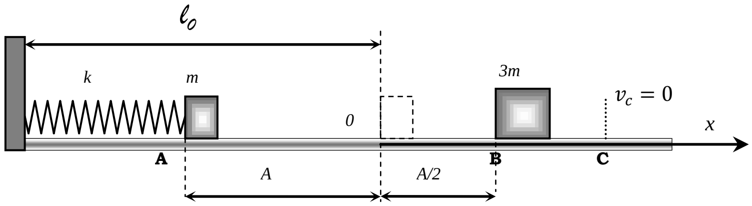
$$A = A_0 \cdot e^{-bt}$$
$$y = A \cdot sin(\omega t + \varphi_0); \;\; \omega = 2\pi$$
$$\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$$
$$y = 10 \cdot e^{-0{,}25t} \cdot sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right)\ (cm) \quad (\mathbf{1p})$$

c. $\boldsymbol{Q} = \frac{\frac{kA_k^2}{2}}{\frac{kA_k^2}{2} - \frac{kA_{k+1}^2}{2}} = \frac{A_k^2}{A_k^2 - A_{k+1}^2} = \frac{1}{1-e^{-2bt}} \cong 2.5 \quad (\mathbf{1p})$

d. ***(2p)***

Oficiu (1p)

Subiectul 2 – Soluție și barem



a. Conservarea energiei mecanice din **A** până în **B**

$\frac{k \cdot A^2}{2} = \frac{k\left(\frac{A}{2}\right)^2}{2} + \frac{mv_1^2}{2} \rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} A$ **(3p)**

b. În timpul ciocnirii se conservă impulsul

$m \cdot v_1 = 4m \cdot v_2 \ \rightarrow v_2 = \frac{v_1}{4}$ **(2p)**

$\omega_2 = \sqrt{\frac{k}{4m}};\ \ \omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m}}\ \rightarrow \omega_2 = \frac{\omega_1}{2}$ **(1p)**

c. Conservarea energiei mecanice din **B** până în **C**

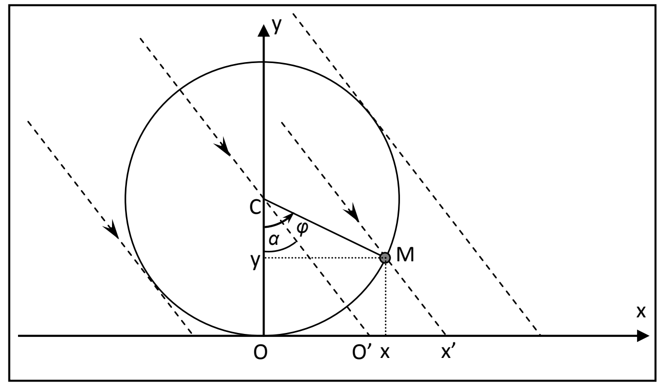
$\frac{4m \cdot v_2^2}{2} + \frac{k\left(\frac{A}{2}\right)^2}{2} = \frac{kA_2^2}{2}\ \rightarrow A_2 = \frac{A\sqrt{7}}{4}$ **(2p)**

$\begin{cases} x_2 = A_2 sin(\omega_2 t + \varphi_{02}) \\ v_2 = \omega_2 A_2 cos(\omega_2 t + \varphi_{02}) \end{cases};\ \left. \begin{matrix} La\ t = 0 \rightarrow x_2 = \frac{A}{2} \rightarrow sin\varphi_{02} = \frac{2}{\sqrt{7}} \\ sau\ \ v_2 = \frac{v_1}{4} = \frac{1}{4}\omega_1 \frac{\sqrt{3}}{2} A\ \rightarrow cos\varphi_{02} = \sqrt{\frac{3}{7}} \end{matrix} \right\}$ **(1p)**

Oficiu (1p)

CLASA a XI - a * Rezolvări şi bareme*

Subiectul 3 – Soluție și barem



A.

a. $\begin{cases} \alpha = 0 \\ x = R\sin\varphi = R\sin\omega t \end{cases}$ **(0,5p)**

b. $\alpha \neq 0$

Oscilația se realizează de o parte și de cealaltă a punctului $O'(x_0, 0)$ care reprezintă proiecția (umbra) centrului cercului pe axa Ox

$x_0 = OO' = R \cdot \text{tg}\,\alpha$ **(1p)**

$\text{tg}\,\alpha = \frac{x' - x}{y}$ **(1p)**

$\left.\begin{matrix} x = R\sin\varphi \\ y = R - R\cos\varphi \end{matrix}\right\}$ **(1p)**

$\begin{cases} x' - x = R(1-\cos\varphi)\cdot \text{tg}\,\alpha \\ x' = R\sin\omega t + R(1-\cos\varphi)\cdot \text{tg}\,\alpha \end{cases}$ **(1p)**

B.

a. $\omega_{disc} = \omega;\ y'_M = A\sin\omega t + A\sin\omega t = 2A\sin\omega t$ **(0,5p)**

$\omega_{disc} = 2\omega;\ y'_M = A\sin\omega t + A\sin 2\omega t = A(\sin\omega t + \sin 2\omega t)$ **(0,5p)**

b. $(\omega_{disc} = \omega) \rightarrow \begin{cases} y_M = 2A\sin\omega t = 2A\sqrt{1-\cos^2\omega t} \\ x_M = A\cos\omega t \ \rightarrow \cos\omega t = \frac{x_M}{A} = \frac{x}{A} \\ y_M = 2\sqrt{A^2 - x^2} \end{cases}$ **(0,5p)**

$(\omega_{disc} = 2\omega) \rightarrow \begin{cases} y_M = A(\sin\omega t + \sin 2\omega t) = A\sqrt{1-cos^2\omega t}(1 + 2\cos\omega t) \\ x_M = A\cos 2\omega t = A(2\cos^2\omega t - 1) \\ \cos^2\omega t = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{x}{A}\right) \\ y_M = A\sqrt{\frac{1}{2}\left(1 - \frac{x}{A}\right)} + \sqrt{A^2 - x^2} \end{cases}$ **(1p)**

c. $y'_M = A\sin\omega t(1 + 2\cos\omega t) = 0$, cu soluțiile date de:

$\begin{cases} \omega t = k\pi, \text{ de unde } t = k\frac{T}{2} \\ \omega t = \pm\frac{2\pi}{3} + 2k\pi, \text{ de unde } t = T\left(\pm\frac{1}{3} + k\right) \end{cases}; k = 0, 1, 2, .., T$ fiind perioada **(1p)**

Soluția este dată de reuniunea celor două mulțimi de valori ale lui t.

d. $y'_M = A(\sin\omega t + \sin 2\omega t)$ **(1p)**

Oficiu 1 punct