

8

**Concursul Național de Matematică pentru clasele V-VIII
„Olimpiada Satelor din România”
Etapa județeană, 4 martie 2023
Clasa a VIII – a**

SUBIECTE:

1. Rezolvați în mulțimea numerelor naturale ecuația:

$$\frac{x^2+2}{2x+1} + \frac{x^2+3}{2x+2} + \frac{x^2+4}{2x+3} + \dots + \frac{x^2+2024}{2x+2023} = 2023. \quad (7p)$$

2. Determinați soluțiile reale x ale ecuației $\left[\frac{1}{1-x}\right] = \frac{1}{1-[x]}$, unde $[a]$ reprezintă partea întreagă a numărului real a . (7p)

3. Fie A un punct exterior planului (BCD) astfel încât triunghiurile ABC și ABD sunt dreptunghice în B și isoscele. Dacă E și F sunt centrele de greutate ale triunghiurilor ABC , respectiv ABD , iar cosinusul unghiului dintre dreptele EF și AD are valoarea $\frac{\sqrt{6}}{4}$, calculați măsura unghiului CBD . (7p)

4. Punctele A, B, C, D sunt necoplanare, astfel încât $AB \equiv AC \equiv AD$. Fie O proiecția punctului A pe planul BCD .

a) Arătați că O este centrul cercului circumscris $\triangle BCD$; (2p)

b) Dacă $\triangle BCD$ este dreptunghic, $\sphericalangle C = 90^\circ$, $CD = 18$ cm, $AD = 12$ cm, aflați distanța de la O la planul ABC . (5p)

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect este notat cu punctaj întreg, 0-7 puncte.

Fiecare subiect se va redacta pe câte o foaie separată.

Timp de lucru: 2 ore.