

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ, CLASA a VI-a

21 februarie 2016

1. a) Găsiți cel mai mare număr natural de trei cifre (în baza 10) știind că, dacă îl împărțim la 15 sau la 25, obținem de fiecare dată același rest.
b) Aflați cea mai mare și cea mai mică fracție de forma $\frac{\overline{3a8b}}{\overline{1x7y}}$ care se simplifică prin 45.
2. a) Fie a, b, c numere naturale cu proprietatea că $2a + 5b = 3c$.
Demonstrați că produsul $(a + b)(b + c)(a + c)$ este divizibil cu 30.
b) Șapte numere naturale au proprietatea că suma oricăror șase dintre ele este un multiplu de 7. Demonstrați că toate numerele sunt divizibile cu 7.
3. Două unghiuri complementare au o latură comună și bisectoarele lor determină un unghi cu măsura de 20° . Determinați măsurile celor două unghiuri.
4. Se consideră punctele coliniare $M_1, M_2, M_3, \dots, M_{2016}$, în această ordine, astfel încât $M_1M_2 = 4cm, M_2M_3 = 4 M_1M_2, M_3M_4 = 4 M_2M_3, \dots, M_{2015}M_{2016} = 4 M_{2014}M_{2015}$
 - a) Calculați lungimea segmentului $[M_1M_{2016}]$.
 - b) Comparați lungimile segmentelor $[M_1M_{100}]$ și $[M_{100}M_{150}]$.
 - c) Demonstrați că pentru orice numere naturale a, b, c, d , cu $1 \leq a < b \leq c < d \leq 2016$, segmentele $[M_aM_b]$ și $[M_cM_d]$ au lungimi diferite.

Notă :Timp de lucru 2 ore .

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.