



MINISTERUL EDUCAȚIEI



## CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ

“TEHNICI MATEMATICE“- ediția a XIX-a

Etapa județeană 23.02.2024

Barem de corectare

Clasa a XI-a – Matematică *M\_tehnologic*

### Subiectul I (30 p)

a)  $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & m \\ 0 & 1 & m \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ .....2 p

$C^2 = C \Rightarrow C^n = C$ .....3 p

$m^{2n} \cdot C = C \Rightarrow m^{2n} = 1$ .....3 p

$m \in \{-1,1\}$ .....2 p

b)  $X^2 = \begin{pmatrix} a^2 + bc & b(a + d) \\ c(a + d) & d^2 + bc \end{pmatrix}$ , unde  $a, b, c, d \in \mathbb{N}$ .....2

p

Din  $b(a + d) = c(a + d) = 6 \Rightarrow b = c$ .....2 p

Din  $a^2 + bc = 5, d^2 + bc = 13$  și  $b = c \Rightarrow a^2 + b^2 = 5$  și  $d^2 + b^2 = 13$  .....2 p

$a=1, b=c=2, d=3$ .....4 p

c)  $\begin{vmatrix} x^4 & (x^2 + 1)^2 & (x^2 + 2)^2 \\ y^4 & (y^2 + 1)^2 & (y^2 + 2)^2 \\ z^4 & (z^2 + 1)^2 & (z^2 + 2)^2 \end{vmatrix} =$

$= (y^2 - x^2)(z^2 - x^2) \begin{vmatrix} x^4 & (x^2 + 1)^2 & (x^2 + 2)^2 \\ y^2 + x^2 & y^2 + x^2 + 2 & y^2 + x^2 + 4 \\ z^2 + x^2 & z^2 + x^2 + 2 & z^2 + x^2 + 2 \end{vmatrix} =$ .....3 p

$= (y^2 - x^2)(z^2 - x^2) \begin{vmatrix} x^4 - z^2 - x^2 & 2x^2 - 1 & 4x^2 \\ y^2 - z^2 & 0 & 0 \\ z^2 + x^2 & 2 & 4 \end{vmatrix} =$ .....3 p

$= -(y^2 - x^2)(z^2 - x^2)(y^2 - z^2) \begin{vmatrix} 2x^2 - 1 & 4x^2 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}$ .....3 p

Finalizare.....1 p



**Subiectul II (30 p)**

a)  $\frac{1-x}{x^2-4} \geq 0$  .....3 p

$D = (-\infty, -2) \cup [1, 2)$ .....7 p

b) Căutăm simptotă orizontală sau oblică la  $-\infty$ .....1 p

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \Rightarrow$  graficul funcției nu admite asimptotă orizontală.....2 p

$m = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = 0 \Rightarrow$  graficul funcției nu admite asimptotă oblică.....2 p

Căutăm asimptote verticale în punctele de acumulare -2 și 2 care nu aparțin mulțimii  $D$  .....1 p

$\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x < 2}} f(x) = -\infty \Rightarrow x = -2$  este asimptotă verticală la stânga a funcției.....2 p

$\lim_{\substack{x \rightarrow -2 \\ x < -2}} f(x) = \infty \Rightarrow x = 2$  este asimptotă verticală la stânga a funcției.....2 p

c)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 - \frac{\sqrt{x^2-4}}{x\sqrt{1-x}}\right)^{\sqrt{1-x}} = \lim_{y \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{\sqrt{y^2-4}}{\sqrt{y^3+y^2}}\right)^{\sqrt{1+y}} = 1^\infty =$ .....3 p

$= \left[ \lim_{y \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{\sqrt{y^2-4}}{\sqrt{y^3+y^2}}\right)^{\sqrt{\frac{y^3+y^2}{y^2-4}}} \right]^L = e^L$ .....3 p

$L = \lim_{y \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{(y^2-4)(1+y)}{y^3+y^2}} = 1$ .....3 p

Finalizare  $e^L = e$ .....1 p

**Subiectul III (30 p)**

a)  $M(x_M, y_M) \in h_2 \Rightarrow x_M = y_M$ .....2 p

$d(M, h_1) = \frac{|-3x_M+6|}{\sqrt{5}}$ .....2 p

$d(M, h_1) = 6\sqrt{5} \Rightarrow |x_M - 2| = 10$ .....2 p

$M(12, 12)$  și  $M(-8, -8)$ .....4 p

b)  $OO' \perp h_1 \Rightarrow m_{OO'} \cdot m_{h_1} = -1 \Rightarrow m_{OO'} = \frac{1}{2}$ .....2 p

$OO': y = \frac{1}{2}x$ .....2 p



MINISTERUL EDUCAȚIEI



Fie  $OO' \cap h_1 = \{N\} \Rightarrow N\left(\frac{12}{5}, \frac{6}{5}\right)$ .....3 p

Dar  $N$  este și mijlocul segmentului  $OO' \Rightarrow N\left(\frac{x_{O'}}{2}, \frac{y_{O'}}{2}\right)$ .....1 p

$O'\left(\frac{24}{5}, \frac{12}{5}\right)$ .....2 p

c)  $\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{24}{5} & \frac{12}{5} & 1 \end{vmatrix} = -\frac{96}{5}$ .....6 p

$A_{\Delta AOO'} = \frac{1}{2} \left| -\frac{96}{5} \right| = \frac{48}{5}$ .....4 p