# OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

## Etapa locală – 28 februarie 2016

## Clasa a IX-a

**Problema 1:** **a)** Rezolvați ecuația:

$$\left[\sqrt{x-1}+\sqrt{2x-1}\right]=x, x\in\mathbb{R}.$$

**b)** Arătați că există o infinitate de soluții $(m,n)\in\mathbb{N}\times\mathbb{N}$ ale ecuației:

$$\left[\sqrt{m}+\sqrt{n}\right]=m-n,$$

unde $[x]$ reprezintă partea întreagă a lui $x$.

**Ionel Tudor, Călugăreni**

**Problema 2**: Se consideră ecuației cu rădăcinile reale $x_1$ și $x_2$:

$$x^2-x+m=0, m\in\mathbb{R}.$$

Să se afle $m$ știind că $x_1^5+x_2^5=211$.

***

**Problema 3**: Fie triunghiul $ABC$ și $M$ mijlocul laturii $(BC)$. Cercul de diametru $(AH)$ taie dreptele $BC$, $CA$ și $AB$ în $A_1\neq M$, $N$, respectiv $P$. Simetricul lui $C$ față de $N$ este $B_1$, iar simetricul lui $B$ față de $P$ este $C_1$. Arătați că dreptele $AA_1$, $BB_1$ și $CC_1$ sunt concurente.

**Şerban Olteanu, Giurgiu**

**Problema 4**: Fie $ABCD$ un patrulater convex astfel încât $\overrightarrow{CD}=b\overrightarrow{AB}$, $b<0, N\in(BC), \frac{NB}{NC}=a, a>0, a\neq 1$, $M$ un punct situat pe $BD$. Fie $x=\frac{MD}{MB}, x>0, x\neq 1; x\neq b$. Să se afle $x$, știind că punctele $A, M, N$ sunt coliniare.

**Stelian Piscan, Giurgiu**