

Subiectul 1. Ciocolată de casă ...

Astăzi este ziua de naștere a lui Valentin. Claudia și Oana vor să-i facă o surpriză. Acasă la Claudia, ele au pregătit ingredientele pentru o ciocolată de casă gustoasă, precum și un vas de formă paralelipipedică (cu lungimea L , lățimea ℓ și înălțimea h), în care să fie turnată ciocolata.

a) Claudia și Oana au măsurat cu o riglă dimensiunile exterioare ale vasului și le-au notat în **TABELUL 1** (vezi pagina 3).

Completează tabelul și prezintă rezultatul determinării volumului sub forma $V = \bar{V} \pm \Delta \bar{V}$.

b) După întărirea ciocolatei, blocul de ciocolată scos din vas are dimensiunile $L_0 = 11\text{cm}$, $\ell_0 = 5\text{cm}$ și $h_0 = 3\text{cm}$. Fetele au tăiat toată ciocolata în cubulețe cu latura $d_0 = 10\text{mm}$, fără să se piardă nimic. Apoi au aranjat cubulețele sub forma unui cub mai mare, folosind numărul maxim posibil de cubulețe, iar pe restul le-au mâncat pe loc :).

Calculează cu cât la sută este mai mare numărul total de cubulețe obținute față de cele mâncate.

c) Pentru a ajunge cu bicicleta de la ea de acasă la casa Claudiei, Oana are de mers pe o porțiune orizontală de drum, iar apoi trebuie să urce și să coboare un deal. Oana se deplasează pe porțiunea orizontală cu viteza constantă $v_1 = 16 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, urcă dealul cu viteza constantă $v_2 = 12 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ și coboară dealul cu viteza constantă $v_3 = 24 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. În acest caz Oana parcurge drumul dus-întors în $\Delta t = 30\text{min}$. Care este distanța străbătută de Oana până la casa Claudiei? Care este viteza medie a Oanei pe drumul dus-întors?

Subiectul 2. Autovehicule în mișcare ...

Localitatea în care învață Claudia, Oana și Valentin este străbătută de o șosea dreaptă. La capetele localității se află câte un indicator rutier cu numele acesteia. Pe toată lungimea localității, la mijlocul șoselei, între sensurile de circulație este amenajat un spațiu cu flori, având lățimea $\ell = 1\text{m}$. Casele din localitate se întind fiecare pe lungimea $d = 10\text{m}$ de-a lungul șoselei, de o parte și de alta a ei. Un autobuz, cu lungimea $\ell_1 = 17,5\text{m}$

intră în localitate și o străbate cu viteza constantă $v_1 = 48 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Șoferul observă cele două indicatoarele rutiere la un interval de timp $\Delta t = 2\text{min}$.

a) Câte flori se află în spațiul amenajat între sensurile de mers, dacă fiecărei flori îi revine o suprafață de forma unui pătrat cu latura $\ell_0 = 10\text{cm}$?

Care este numărul maxim al caselor din localitate?

b) După $\Delta t_0 = 15\text{s}$ de la intrarea autobuzului în localitate, pe celălalt sens intră în localitate un autotren cu lungimea $\ell_2 = 24\text{m}$, care se deplasează cu viteza constantă $v_2 = 36 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ până la ieșire.

După cât timp se „întâlnesc” șoferii cele două autovehicule din momentul în care autobuzul intră în localitate? Ce distanță mai are de parcurs autotrenul din momentul „întâlnirii” până la indicatorul rutier de ieșire din localitate? Cât timp s-a scurs de când șoferul autotrenului a trecut prin dreptul indicatorului de intrare în localitate până când autotrenul a ieșit complet din localitate?

c) În momentul ieșirii autobuzului din localitate, pe celălalt sens intră un alt autobuz, identic cu primul. Distanța dintre locul de „întâlnire” a șoferilor autobuzelor și locul de „întâlnire” a pasagerilor de pe ultimele scaune din fiecare autobuz este $\ell' = 250\text{cm}$. Determină viteza celui de-al doilea autobuz, dacă acesta se mișcă cu viteză constantă. Discuție.

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuția subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

Subiectul 3. Antrenament la înot ...

Claudia, Oana și Valentin se pregătesc pentru un concurs de înot. Antrenamentele au loc într-un bazin cu lungimea $L = 25\text{m}$. Pentru început, fetele împreună cu antrenorul stau pe marginea bazinului și observă cum înoată Valentin. Antrenorul, după ce cronometrează un parcurs complet al bazinului (dus-întors), schițează pe o foaie de hârtie modul în care a înotat Valentin. Schița este prezentată în Fig. 1, unde d reprezintă distanța de la linia de plecare la poziția înotătorului. Intrând în bazin, fetele pleacă simultan din același capăt și pe durata antrenamentului înoată cu viteze constante și întorc într-un timp neglijabil de mic. Antrenorul observă că prima lor întâlnire este după $\Delta t_1 = 50\text{s}$ de la plecare. După ce una dintre ele parcurge 4 lungimi de bazin, iar cealaltă 6, ele se întâlnesc la linia de start pentru prima dată.

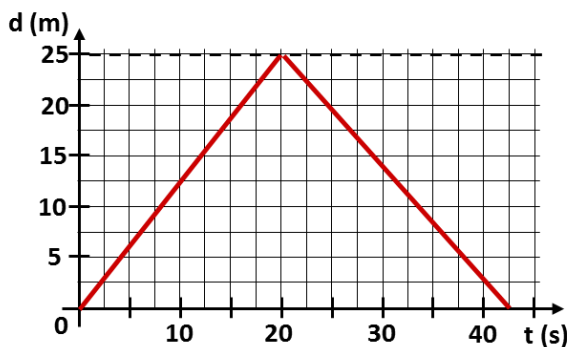


Fig.1

- Determină vitezele cu care înoată Valentin la dus și la întors, precum și valoarea vitezei medii.
- Determină vitezele cu care înoată cele două fete.
- După cât timp de la plecare s-au întâlnit ele pentru prima dată la linia de start?
- Trasează pe foaia pentru **REPREZENTĂRI GRAFICE** (pagina 4), pentru fiecare dintre cele două înotătoare, graficul poziției sale în funcție de timp, din momentul plecării până la prima întâlnire la linia de start.
- Folosind graficul de la punctul (d), determină de câte ori se întâlnesc pe parcurs Oana și Claudia și află momentul de timp și poziția față de linia de start corespunzătoare acestor întâlniri.

Subiect propus de:

prof. Dorina TĂNASE, Liceul „Kőrösi Csoma Sándor” – Covasna
prof. Aurelia-Daniela FLORIAN, Colegiul Național “Nicolae Titulescu” – Craiova
prof. Constantin GAVRILĂ, Colegiul Național “Sfântul Sava” – București

- Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
- În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele.
- Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
- Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
- Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

TABELUL 1: DIMENSIUNILE VASULUI PENTRU CIOCOLATĂ

| Nr. măsurătorii | L [cm] | ℓ [cm] | h [cm] | V [cm ³] | \bar{V} [cm ³] | ΔV [cm ³] | $\Delta \bar{V}$ [cm ³] |
|-----------------|-------------|----------------|-------------|---------------------------|---------------------------------|----------------------------------|--|
| 1. | 11,5 | 5,0 | 3,0 | | | | |
| 2. | 11,5 | 4,9 | 3,0 | | | | |
| 3. | 11,4 | 5,0 | 3,0 | | | | |
| 4. | 11,5 | 5,1 | 3,0 | | | | |
| 5. | 11,5 | 5,0 | 3,1 | | | | |

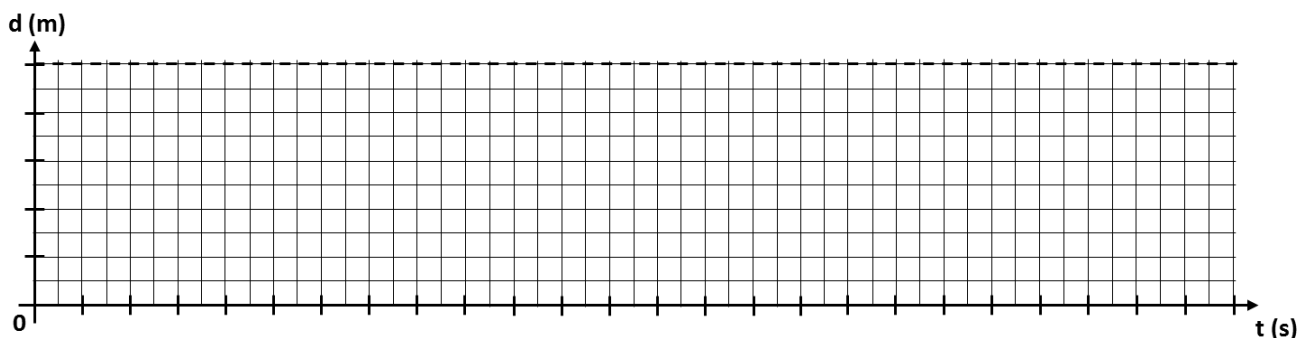
Volumul exterior al vasului paralelipipedic este:

ATENȚIE!

- Pentru a răspunde cerinței (a) de la **Subiectul 1** trebuie să completezi celulele tabelului.
- După completarea tabelului această foaie se introduce în foaia de concurs corespunzătoare **Subiectului 1**.

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

REPREZENTĂRI GRAFICE



d - reprezintă distanța de la linia de plecare la poziția înotătorului

t - reprezintă timpul scurs din momentul plecării

Atenție!

- Pentru a răspunde cerinței (**d**) de la **Subiectul 3** trebuie să realizezi pe aceeași diagramă, pentru fiecare dintre cele două înotătoare, graficul poziției înotătorului în funcție de timp din momentul plecării până la prima întâlnire la linia de start.
- După realizarea diagramei această foaie se introduce în foaia de concurs corespunzătoare **Subiectului 3**.

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuția subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

Pagina 1 din 5

| Subiectul 1. Ciocolată de casă ... | | | | | | | | Parțial | Punctaj |
|--|-------------|----------------|-------------|---------------------------|---------------------------------|----------------------------------|--|---------|---------|
| 1. Barem subiect 1 | | | | | | | | | 10 |
| a) Tabelul de rezultate: | | | | | | | | 3,50 | 4 |
| Nr. măsurătorii | L [cm] | ℓ [cm] | h [cm] | V [cm ³] | \bar{V} [cm ³] | ΔV [cm ³] | $\Delta \bar{V}$ [cm ³] | | |
| 1. | 11,5 | 5,0 | 3,0 | 172,50 | 173,35 | 0,85 | 3 | | |
| 2. | 11,5 | 4,9 | 3,0 | 169,05 | | 4,30 | | | |
| 3. | 11,4 | 5,0 | 3,0 | 171,00 | | 2,35 | | | |
| 4. | 11,5 | 5,1 | 3,0 | 175,95 | | 2,60 | | | |
| 5. | 11,5 | 5,0 | 3,1 | 178,25 | | 4,90 | | | |
| Volumul exterior al vasului paralelipipedic este: $V = 173,35 \text{ cm}^3 \pm 3 \text{ cm}^3$ | | | | | | | | 0,50 | |
| b) Numărul maxim de cubulețe de ciocolată cu latura d_0 obținute din bucata paralelipipedică de ciocolată este: $N_{\max} = \frac{L_0 \cdot \ell_0 \cdot h_0}{d_0^3}; N_{\max} = 165$ | | | | | | | | 0,50 | 2 |
| Pentru a construi cel mai mare cub posibil din ciocolată având N_{\max} cubulețe, trebuie să avem $n_0 = 5$ cubulețe pe fiecare latură a noului cub. Cubul cel mai mare posibil este format din: $N = n_0^3 = 125$ cubulețe. | | | | | | | | 0,50 | |
| Numărul de cubulețe care rămân nefolosite după utilizarea cubului este : $N' = N_{\max} - N$ | | | | | | | | 0,25 | |
| Procentul cu care N_{\max} este mai mare decât N' este: $\varepsilon = \frac{N_{\max} - N'}{N'}$ | | | | | | | | 0,50 | |
| Rezultă: $\varepsilon = 312,50\%$ | | | | | | | | 0,25 | |
| c) Durata totală este: $\Delta t = \Delta t_{\text{dus}} + \Delta t_{\text{întors}}$ | | | | | | | | 0,50 | |
| Unde: $\Delta t_{\text{dus}} = \frac{d_1}{v_1} + \frac{d_2}{v_2} + \frac{d_3}{v_3}$ $\Delta t_{\text{întors}} = \frac{d_1}{v_1} + \frac{d_2}{v_3} + \frac{d_3}{v_2}$ | | | | | | | | 0,50 | |
| Deoarece $3v_1 = 4v_2 = 2v_3$, în urma efectuării calculelor obținem: $\Delta t = \frac{6(d_1 + d_2 + d_3)}{3v_1} = \frac{2d}{v_1}$ | | | | | | | | 1,00 | |
| Distanța dintre casa Oanei și casa Claudiei este: $d = 4 \text{ km}$ | | | | | | | | 0,25 | |
| Viteza medie în timpul t este: $v_m = \frac{2d}{\Delta t}$ | | | | | | | | 0,50 | |
| Rezultă: $v_m = 16 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ | | | | | | | | 0,25 | |
| Oficiu | | | | | | | | | 1 |

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

| Subiectul 2. <i>Autovehicule în mișcare ...</i> | Parțial | Punctaj |
|---|---------|-----------|
| 2. Barem subiect 2 | | 10 |
| a) Lungimea localității este: $L = v_1 \cdot \Delta t$ | 0,50 | 2 |
| Spațiul amenajat pentru flori între părțile de carosabil are aria: $A = L \cdot \ell$ | 0,25 | |
| Unei flori îi este alocată o suprafață de arie: $A_0 = \ell_0^2$ | 0,25 | |
| În spațiul amenajat între părțile de carosabil se află un număr de flori: $n = \frac{A}{A_0} = \frac{L \cdot \ell}{\ell_0^2}$ | 0,25 | |
| Rezultă: $n = 160000$ | 0,25 | |
| Numărul maxim al caselor din localitate este: $N = 2 \frac{L}{d_0}$ | 0,25 | |
| Rezultă: $N = 320$ | 0,25 | 3 |
| b) Distanța parcursă de autobuz în localitate până la „întâlnirea” cu autotrenul este: $L_1 = v_1 \cdot t$ | 0,25 | |
| Distanța parcursă de autotren în localitate până la „întâlnirea” cu autobuzul este: $L_2 = v_2 \cdot (t - \Delta t_0)$ | 0,25 | |
| Lungimea localității este: $L = L_1 + L_2 = v_1 \cdot \Delta t$ | 0,25 | |
| După intrarea autobuzului în localitate cele două autovehicule se întâlnesc după: $t = \frac{v_1 \cdot \Delta t + v_2 \cdot \Delta t_0}{v_1 + v_2}$ | 0,50 | |
| Rezultă: $t = 75 \text{ s}$ | 0,25 | |
| Din momentul „întâlnirii” până la ieșirea din localitate autotrenul mai are de parcurs distanța: $L'_2 = L - L_2$ | 0,50 | |
| Rezultă: $L'_2 = 1000 \text{ m}$ | 0,25 | |
| Traversarea localității de către autotren pentru a ieși complet din localitate durează: $\Delta t_2 = \frac{L + \ell_2}{v_2}$ | 0,50 | |
| Rezultă: $\Delta t_2 = 162,4 \text{ s}$ | 0,25 | |
| c) Avem două situații posibile: Cazul 1 Viteza primului autobuz este mai mică decât viteza celui de al doilea autobuz: $v_1 < v$ | 0,25 | 4 |
| Din momentul „întâlnirii” autobuzelor până în momentul „despărțirii” lor avem: $\ell_1 - \ell' = v_1 \cdot \Delta t'$ (pentru primul autobuz) | 0,50 | |
| Și: $\ell_1 + \ell' = v \cdot \Delta t'$ (pentru al doilea autobuz) | 0,50 | |

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Pagina 3 din 5

| | | |
|---|------|--|
| Deci: $v = v_1 \cdot \frac{l_1 + l'}{l_1 - l'}$ | 0,50 | |
| Rezultă: $v = 64 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ | 0,25 | |
| Cazul 2 Viteza celui de al doilea autobuz este mai mică decât viteza primului autobuz: $v < v_1$ | 0,25 | |
| Din momentul „întâlnirii” autobuzelor până în momentul „despărțirii” lor avem: $l_1 + l' = v_1 \cdot \Delta t''$ (pentru primul autobuz) | 0,50 | |
| Și: $l_1 - l' = v \cdot \Delta t''$ (pentru al doilea autobuz) | 0,50 | |
| Deci: $v = v_1 \cdot \frac{l_1 - l'}{l_1 + l'}$ | 0,50 | |
| Rezultă: $v = 36 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ | 0,25 | |
| Oficiu | | |

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

| Subiect 3. | Parțial | Punctaj |
|---|---------|------------|
| 3. Barem subiect 3 | | 10p |
| a) Valentin înoată cu vitezele: $v_{\text{dus}} = \frac{25}{20} = 1,25 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (\text{pentru dus})$ | 0,50 | 1,5 |
| $v_{\text{întors}} = \frac{25}{22,5} = 1,11 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (\text{pentru întors})$ | 0,50 | |
| Viteza medie este: $v_m = \frac{50}{42,5} = 1,17 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ | 0,50 | |
| b) Una dintre fete înoată până la prima întâlnire pe distanța: $d_1 = v_1 \cdot \Delta t_1$ | 0,50 | 3,5 |
| Iar cealaltă fată înoată până la prima întâlnire pe distanța: $d_2 = v_2 \cdot \Delta t_1$ | 0,50 | |
| Condiția de întâlnire este: $d_1 + d_2 = 2L$ | 0,50 | |
| Deci: $v_1 + v_2 = \frac{2L}{\Delta t_1}$ | 0,5 | |
| Din condițiile problemei avem: $v_1 \cdot \Delta t_2 = 4L$ $v_2 \cdot \Delta t_2 = 6L$ | 0,5 | |
| După efectuarea calculelor: $v_1 = \frac{4L}{5\Delta t_1}$ $v_2 = \frac{6L}{5\Delta t_1}$ | 0,5 | |
| Rezultă: $v_1 = 0,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ $v_2 = 0,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ | 0,5 | |
| c) Prima întâlnire la linia de stare a avut loc după: $\Delta t_2 = \frac{4L}{v_1}$ | 0,50 | 1 |
| Rezultă: $\Delta t_2 = 250\text{s}$ | 0,50 | |
| d) Reprezentarea grafică este în figura de mai jos: | | 2 |

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Pagina 5 din 5

| | | |
|---|------|---|
| e) Pentru prima întâlnire pe parcurs: $\begin{cases} d_A = 20 \text{ m} \\ t_A = 50 \text{ s} \end{cases}$ | 0,25 | 1 |
| Pentru a doua întâlnire pe parcurs: $\begin{cases} d_B = 10 \text{ m} \\ t_B = 100 \text{ s} \end{cases}$ | 0,25 | |
| Pentru a treia întâlnire pe parcurs: $\begin{cases} d_C = 10 \text{ m} \\ t_C = 150 \text{ s} \end{cases}$ | 0,25 | |
| Pentru a patra întâlnire pe parcurs: $\begin{cases} d_D = 20 \text{ m} \\ t_D = 200 \text{ s} \end{cases}$ | 0,25 | |
| Oficiu | | 1 |

Barem propus de:
prof. Dorina TĂNASE, Liceul „Kőrösi Csoma Sándor” – Covasna
Prof. Aurelia-Daniela FLORIAN, Colegiul Național “Nicolae Titulescu” – Craiova
Prof. Constantin GAVRILĂ, Colegiul Național “Sfântul Sava” – București

-
1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
 2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.