ONAA 2014
SENIORI
PROBA TEORETICĂ

Subiectul I – Probleme scurte

Problema 1

Înălțimea cerului! Grecii antici știau că diametrul Pământului este mic în comparție cu distanțele până la stele. De exemplu, într-o legendă se spune că zeul Hefaistos, din neatenție, a lăsat să cadă nicovala sa pe Pământ. I-au trebuit $\tau = 9$ zile întregi nicovalei până când, căzând din cer, a ajuns să lovească Pământul.

Să se estimeze „înălțimea cerului”, în acord cu reprezentarea grecilor antici. *Se cunosc*: perioada rotației Lunii în jurul Pământului, $T_\mathrm{L} = 27{,}3$ zile; raza orbitei Lunii, $a_\mathrm{L} = 384400\,\mathrm{km}$.

Problema 2

Densitatea exoplanetei X. O radio sursă se află pe satelitul exoplanetei X. Radio sursa emite tot timpul, dar un observator de pe Pământ nu poate înregistra permanent semnalele emise, datorită eclipsării satelitului de către exoplanetă.

Utilizând un grafic care redă frecvența semnalului înregistrat în funcție de timp, *să se determine* densitatea exoplanetei. Orbita satelitului este circulară, iar observatorul se află în planul orbitei satelitului. Se cunosc: raza exoplanetei, *R*; constanta atracției universale, *K*; viteza luminii în vid, *c*. Se știe că satelitul evoluează foarte aproape de suprafața exoplanetei.

Problema 3

Înălţimea unghiulară a unei stele. Radarul unui observator astronomic este instalat pe un platou stâncos de la malul mării, la înălţimea *h* deasupra nivelului acesteia. Receptorul observatorului înregistrează numai semnalele electromagnetice, primite de la steaua σ, al căror vector $\vec{E}$ (intensitatea câmpului electric), oscilează paralel cu suprafaţa plană şi orizontală a mării, independent de direcţia de propagare a undei electromagnetice. Intensitatea oricărui semnal înregistrat este direct proporţională cu E^2. Când indicatorul lungimilor de undă arată valoarea λ, receptorul radarului înregistrează maxime şi minime.

Să se determine înălţimile unghiulare ale stelei σ deasupra nivelului mării, pentru care receptorul radarului înregistrează semnale electromagnetice cu intensităţi maxime şi semnale electromagnetice cu intensităţi minime.

Problema 4

Stea vizibilă? Paralaxa Soarelui este $p_\mathrm{Soare} = 8{,}8''$, iar paralaxa unei stele, σ, care are aceeași strălucire absolută (luminozitate) ca și Soarele, este $p_\mathrm{stea} = 0{,}022''$.

Să se precizeze dacă steaua respectivă poate fi observată cu ochiul liber pe cerul nopții. Se cunosc: distanța dintre Pământ și Soare, $r_\mathrm{PS} = 149000000\,\mathrm{km}$; raza Pământului, $R_\mathrm{P} = 6380\,\mathrm{km}$.

Problema 5

Războiul stelelor. În “Războiul stelelor”, o stea cu magnitudinea aparentă $m_{\text{initial}} = 3^{\text{m}}$ a fost tăiată și din ea s-au format patru stele identice, având aceleași densități și aceleași temperaturi ca și steaua inițială.

Să se determine magnitudinea stelei cvadruple, care a rezultat și să se compare cu magnitudinea inițială a stelei.

Subiectul II – Probleme lungi

Problema 1

Stea neutronică. Se ştie foarte bine că multe stele formează sisteme binare. Un tip de stele binare este alcătuit dintr-o stea obişnuită, cu masa m_0 şi raza R şi o stea neutronică, compactă şi cu masa mult mai mare, M, care se rotesc în jurul centrului lor de masă. În tot ceea ce urmează se neglijează mişcarea Pământului.

Observaţii terestre efectuate asupra unui astfel de sistem binar furnizează următoarele informaţii:

– deplasarea unghiulară maximă a stelei obişnuite este $\Delta\theta$, iar deplasarea unghiulară maximă a stelei neutronice este $\Delta\phi$, aşa cum indică figura 1;

– timpul necesar pentru aceste deplasări maxime este τ;

– caracteristicile radiaţiei stelei obişnuite arată că la suprafaţa ei temperatura este T, iar energia radiantă incidentă pe unitatea de arie la suprafaţa Pământului, în unitatea de timp, este P;

– linia spectrală a calciului în această radiaţie are o lungime de undă care diferă de aceea normală, λ_0, cu $\Delta\lambda$, numai datorită câmpului gravitaţional al stelei obişnuite.

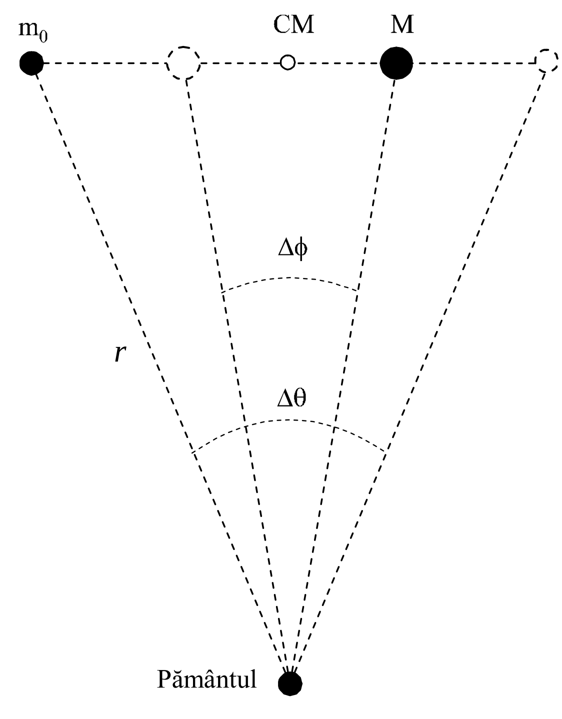


Fig. 1

a) *Să se determine* distanţa r de la Pământ la sistemul stelar binar considerat, numai în funcţie de valorile mărimilor observate şi de constantele fizice universale care intervin.

b) Presupunem acum că $M >> m_0$, astfel încât steaua obişnuită se roteşte în jurul stelei neutronice pe o orbită circulară cu raza r_0. Steaua obişnuită începe să emită gaz spre steaua neutronică cu viteza relativă $\vec{v}_0$, faţă de steaua obişnuită, aşa cum indică figura 2.

Admiţând că steaua neutronică este sursa dominantă de acţiune gravitaţională şi neglijând schimbările de orbită ale stelei obişnuite, *să se determine* distanţa minimă, r_{min}, la care se apropie gazul de steaua neutronică. Se cunoaște constanta atracției universale, K.

c) *Să se determine* distanța maximă, r_{max}, la care ajunge gazul față de steaua neutronică.

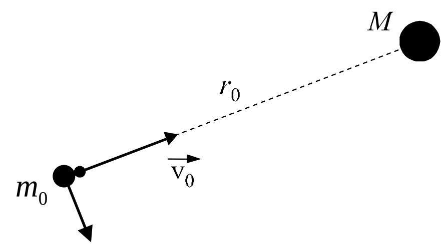


Fig. 2

Problema 2

A. Răsăritul Soarelui. Răsăritul și apusul Soarelui, sunt evenimente ale căror durate depind atât de locul cât și de momentul observației.

a) *Să se determine* durata apusului/răsăritului Soarelui pentru un observator aflat într-un loc cu latitudinea φ, în zilele echinocțiilor.

b) *Să se localizeze* observatorul, astfel încât, în zilele echinocțiilor, durata apusului/răsăritului Soarelui să fie maximă/minimă.

c) *Să se determine* durata apusului/răsăritului Soarelui, pentru un observator aflat într-un loc cu latitudinea φ, în zilele solstițiilor.

d) *Să se localizeze* observatorul, astfel încât, în zilele solstițiilor, durata apusului/răsăritului Soarelui, să fie maximă/minimă.

Se cunosc: diametrul unghiular aparent al Soarelui, $\theta = 31'\,59{,}3''$; perioada rotației proprii a Pământului, $T_P = 24\,\mathrm{h}$; unghiul dintre planul ecuatorului și planul eclipticii, $\varepsilon = 23^\circ 27'$. Se neglijează efectele refracției atmosferice.

B. A treia viteză cosmică. *Să se determine* valoarea minimă aproximativă a vitezei de evadare care trebuie să-i fie imprimată unui corp, în raport cu Pământul, lansat de pe Pământ, astfel încât el să părăsească Sistemul Solar pentru totdeauna (a treia viteză cosmică).

Se cunosc: $V_0 \approx 30\,\dfrac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}$, viteza Pământului pe orbita sa circulară în jurul Soarelui; $\mathrm{v}_0 \approx 7{,}9\,\dfrac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}$, viteza unui satelit terestru care evoluează în jurul Pământului pe o orbită circulară foarte joasă (prima viteză cosmică).

Se ştie că: $\dfrac{M_{\mathrm{T}}}{R_{\mathrm{T}}} << \dfrac{M_{\mathrm{S}}}{R_{\mathrm{TS}}}$. Se neglijează variaţia energiei cinetice a corpului, în raport cu Soarele, pe durata evoluţiei corpului de la suprafaţa Pământului şi până la limita zonei de atracţie gravitaţională a Pământului.

C. Cădere de pe Pământ pe Soare! *Să se determine* viteza minimă cu care o navă cosmică trebuie să părăsească Pământul pentru ca ea să cadă pe suprafaţa Soarelui. *Se cunosc*: distanța Pământ – Soare, $r_{\mathrm{PS}} = 1{,}5 \cdot 10^{11}$ m; perioada rotației Pământului în jurul Soarelui, $T_{\mathrm{P}} = 3{,}15 \cdot 10^{7}$ s.

Prof. dr. Mihail Sandu
Liceul Tehnologic de Turism
Călimănești

ONAA 2014
SENIORI
PROBA TEORETICĂ - BAREM

Subiectul I – Probleme scurte

Problema 1

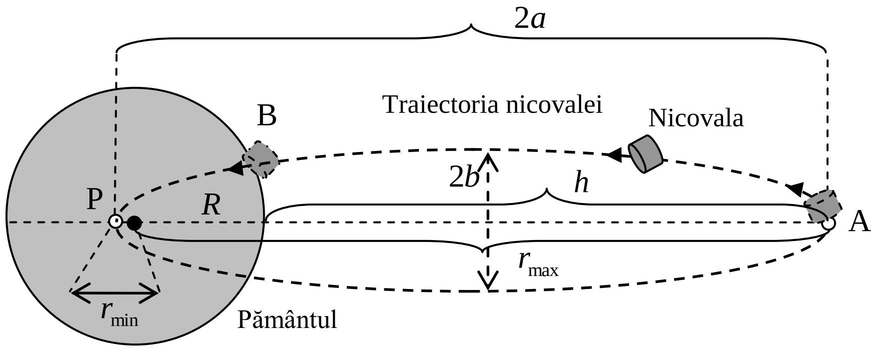


Fig.

$$h = 2a_{\mathrm{L}}\left(\frac{2\tau}{T_{\mathrm{L}}}\right)^{2/3};\ h \approx 580000\,\mathrm{km}$$ **2p**

Problema 2

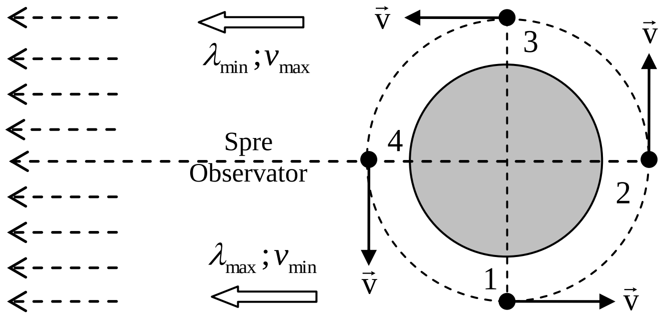
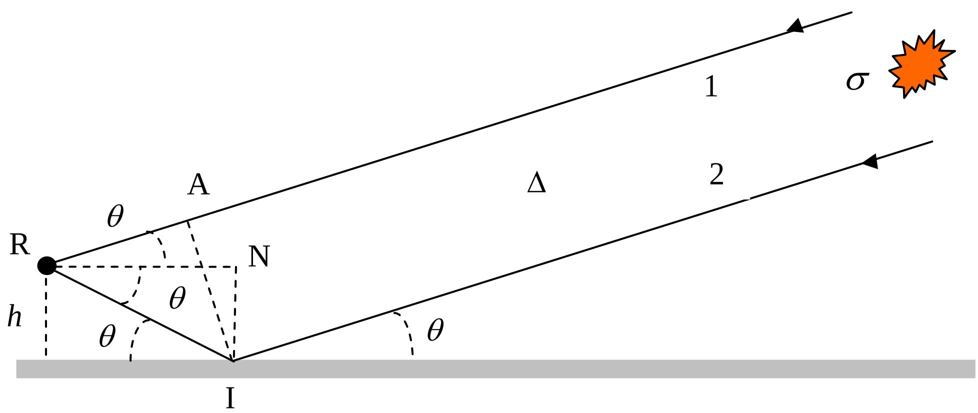


Fig.

$$\rho = \frac{3c^2}{4\pi R^2 K}\left(\frac{\lambda_{\max} - \lambda_{\min}}{\lambda_{\max} + \lambda_{\min}}\right)^2$$ **2p**

Problema 3



$$(\sin\theta)_{\max} = 1\frac{\lambda}{4h}; 3\frac{\lambda}{4h}; 5\frac{\lambda}{4h}; 7\frac{\lambda}{4h}$$ **1p**

$$(\sin\theta)_{\min} = 0; 2\frac{\lambda}{4h}; 4\frac{\lambda}{4h}; 6\frac{\lambda}{4h}; 8\frac{\lambda}{4h}$$ **1p**

Problema 4

$$m_{\text{stea}} = m_{\text{S}} + 5\cdot\log\left(\frac{r_{\text{PS}}}{R_{\text{P}}}\cdot\frac{p_{\text{S}}}{p_{\sigma}}\right);$$

$$m_{\text{stea}} = -26{,}78^{\text{m}} + 5^{\text{m}}\cdot\log\left(\frac{149000000\ \text{km}}{6380\ \text{km}}\cdot\frac{8{,}8''}{0{,}022''}\right) = -26{,}78^{\text{m}} + 5^{\text{m}}\cdot 6{,}97 \approx 8^{\text{m}},$$

reprezentând magnitudinea aparentă a stelei.

Știind că ochiul omului poate vedea stele la limita magnitudinii $m_{\text{limita}} = 6^{\text{m}}$, rezultă că steaua σ, analizată în problema propusă, nu poate fi observată cu ochiul liber pe cerul senin al nopții...**2p**

Problema 5

$$E_{\text{initial}} = \frac{\sigma R_0^2 T^4}{d^2},\quad E_{\text{final}} = \frac{4\sigma R_0^2 T^4}{d^2}\cdot 4^{1/3};\ \log\frac{E_{\text{initial}}}{E_{\text{final}}} = -0{,}4(m_{\text{initial}} - m_{\text{final}});$$

$$m_{\text{initial}} - m_{\text{final}} = 2^{\text{m}};\ m_{\text{final}} = m_{\text{initial}} - 2^{\text{m}} = 3^{\text{m}} - 2^{\text{m}} = 1^{\text{m}};$$

$m_{\text{final}} < m_{\text{initial}}$. **2p**

Subiectul II – Probleme lungi

a) $$r = \frac{2\tau c}{\pi T(\Delta\theta + \Delta\phi)}\sqrt{\frac{2\Delta\lambda}{(\lambda_0 + \Delta\lambda)\Delta\phi}\sqrt{\frac{P}{\sigma}}}$$ **3p**

b)

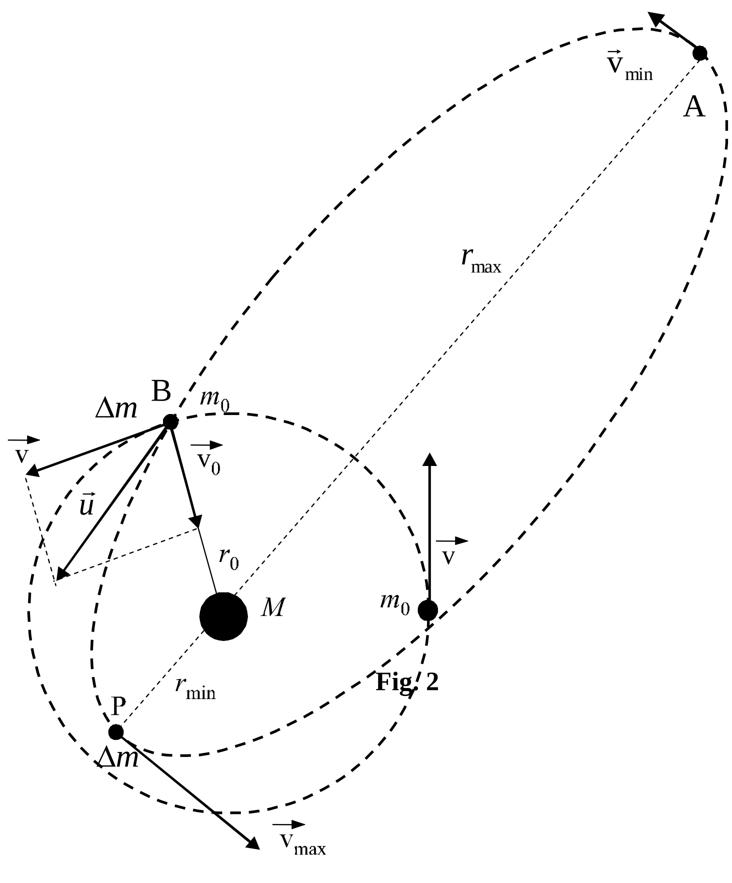


Fig. 2

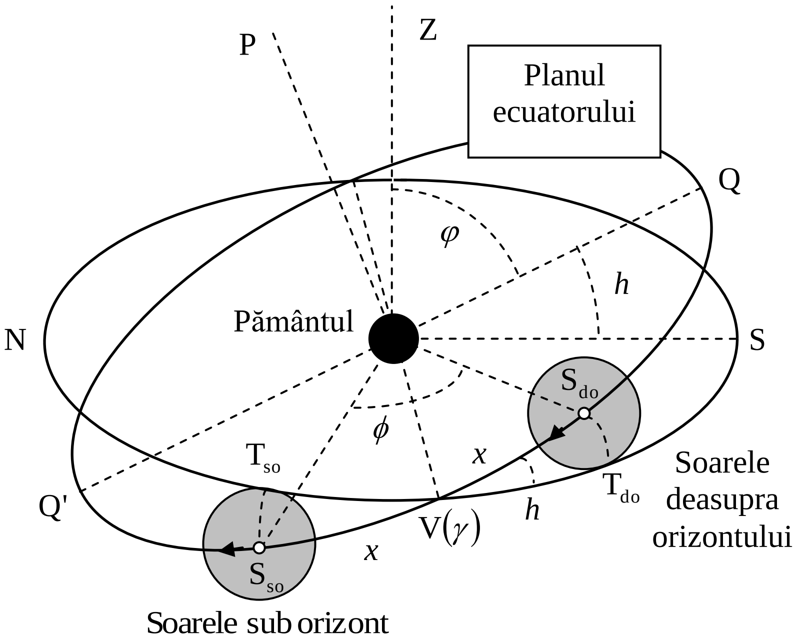
$$r_{\min} = r_0 \frac{v_0\sqrt{KMr_0} - KM}{v_0^2 r_0 - KM} > 0; \quad r_{\min} < r_0 . ...\mathbf{3{,}5p}$$

c)

$$r_{\max} = r_0 \frac{v_0\sqrt{KMr_0} + KM}{KM - v_0^2 r_0}; \; r_{\max} > r_0 . ...\mathbf{3{,}5p}$$

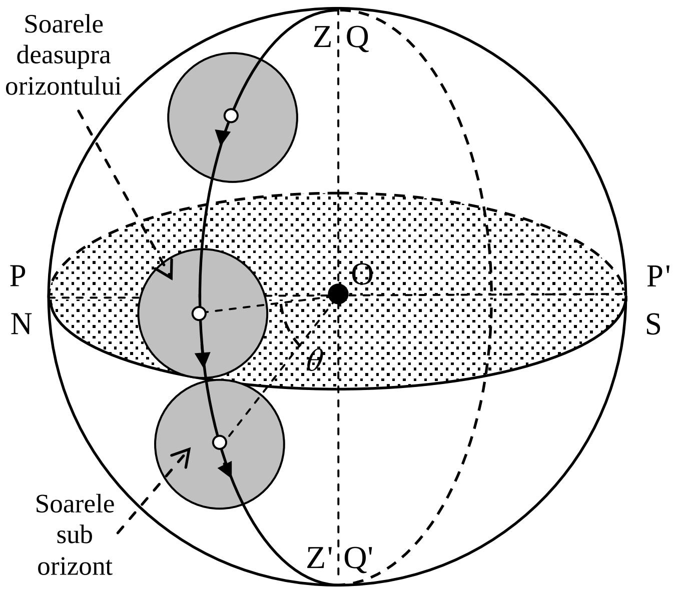
Problema 2
A.

a)



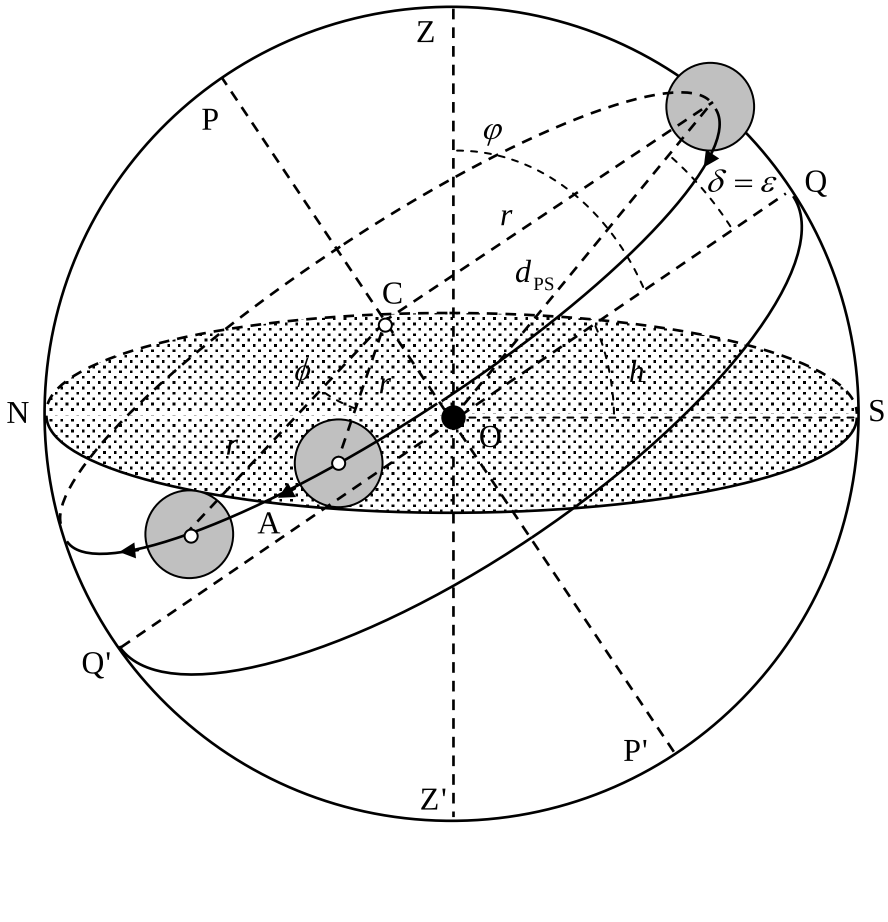
$$\tau = \frac{\theta \cdot T_P}{2\pi \cdot \cos\varphi}, \;\; \theta = 31'59{,}3'' = 31{,}98'; \;\; \tau \approx \frac{2\,\mathrm{m}\,8\,\mathrm{s}}{\cos\phi}, \; ....\mathbf{1p}$$

b)



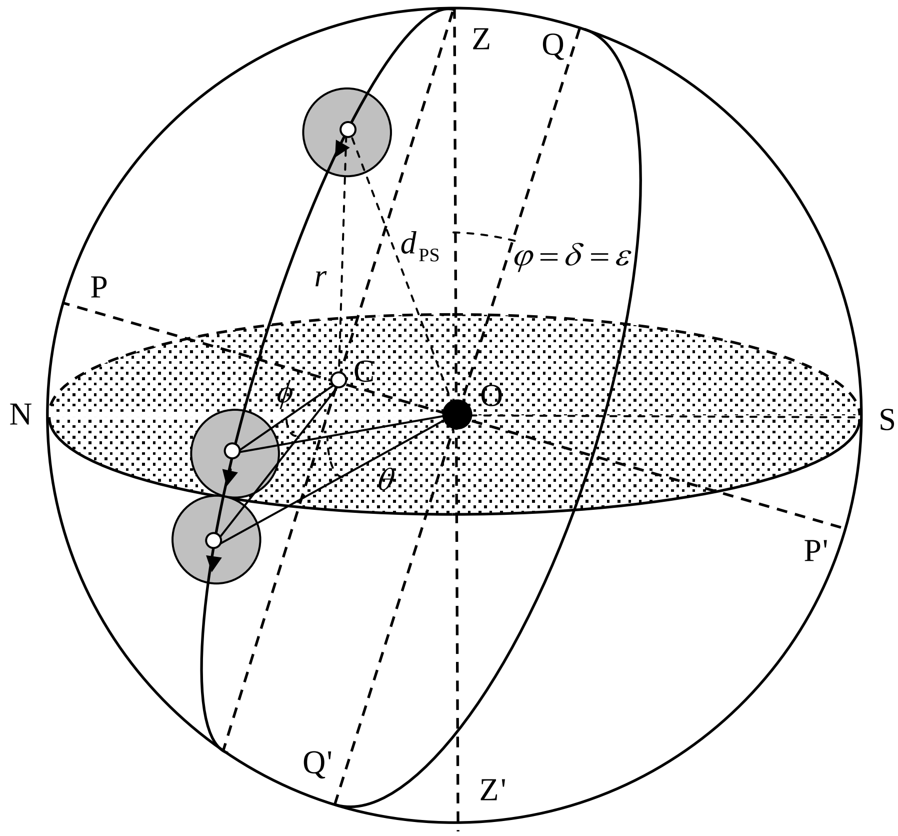
$$\tau_{\min} = 2\,\mathrm{m}\,8\,\mathrm{s}.$$ **1p**

c)



$$\tau = \frac{\theta \cdot T_{\mathrm{P}}}{2\pi \cdot \cos\varphi \cdot \cos\delta},$$ **1p**

d)



$$h = 90^\circ - \varphi;\ \delta = \varepsilon = 23{,}45^\circ;$$

$$\tau_{max} = \frac{\frac{\theta \cdot T_P}{2\pi}}{\cos\varphi \cdot \cos\varepsilon} = \frac{\frac{31{,}98'}{360 \cdot 60'} \cdot 24 \cdot 3600\,\text{s}}{\cos^2\varepsilon} = \frac{\tau_{min}}{\cos^2\varepsilon};$$

$$\tau_{max} = \frac{2{,}132\,\text{min}}{\cos^2 23{,}45^\circ} = \frac{2{,}132}{0{,}84}\,\text{min} \approx 2{,}54\,\text{min} = 2\,\text{m}\,32{,}4\,\text{s}.$$ **1p**

B.

$$\text{v} = \sqrt{\left(\sqrt{2}-1\right)^2 V_0^2 + 2\text{v}_0^2} \approx 16{,}7\,\frac{\text{km}}{\text{s}},$$ ……………………………………**4p**

reprezentând viteza corpului C în momentul lansării sale de pe Pământ, în raport cu Pământul, astfel încât corpul să ajungă la limita zonei de atracţie gravitaţională a Soarelui şi acolo el să fie în repaus în raport cu Soarele (a treia viteză cosmică).

C. $t = \frac{T_P}{4\sqrt{2}} \approx 5{,}6 \cdot 10^6$ s. **2p**