Olimpiada Nationala de Matematica
etapa locala- 16 februarie 2013
Clasa a VI-a

Subiecte — Varianta 3

1) Să se determine numerele $A=\overline{abcc}$ divizibile cu 12 ştiind că $B=\overline{acb}+\overline{bac}+\overline{cba}$ se divide cu 51.

2) a) Aratati ca numarul $A = 5^n + 7^n + 11^n + 19^n$, n numar natural nenul impar, este divizibil cu 6.

b) Sa se determine toate numerele prime impare p , astfel incat numerele $p^2 +1$; $2p^2 - 1$; $3p^2 + 1$; $5p^2 -1$ sa fie simultan prime.

3) În interiorul unghiului AOB, cu masura de 140^0, se consideră punctele C si D astfel încât C apartine interiorului unghiului AOD. Dacă a,b,c sunt numere prime cu proprietatea că a+10b+6c=62, $a\cdot m(\angle COD)=b\cdot m(\angle AOC)$ si $b\cdot m(\angle BOC)=c\cdot m(\angle COD)$, aflati masurile unghiurilor AOC , COD si DOB.

NOTA : Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se noteaza de la 0 la 7 puncte.

Timp de lucru 2 ore.

Fiecare subiect se va redacta pe o foaie separată.

B-dul Eroilor nr. 4-6,
Piteşti, Jud. Argeş,
Tel: +40 (0)248 218 319
Fax: +40 (0)248 219 743
www.isjarges.ro

Str. General Berthelot nr. 28-30,
Sector 1, 010168, Bucuresti
Tel: +40 (0)21 405 57 06
Fax: +40 (0)21 310 32 05
www.edu.ro

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ - 16 februarie 2013

Clasa a VI-a

VARIANTA 3

BAREM DE CORECTARE:

1) B = 111(a+b+c) = $3\cdot 37$(a+b+c)............1p
51/B => $3\cdot 17/3\cdot 37$(a+b+c) => 17/(a+b+c) => a+b+c = 17............2p
3/A => A = 3(333a+33b+3c) + (a+b+2c) => 3/(a+b+2c)............2p
3/(a+17) => $c\in\{1,4,7\}$, 4/A => c = 4............1p
a+b = 13 => (a;b) $\in\{(4,9),(5,8),(6,7),(7,6),(8,5),(9,4)\}$ =>
$\overline{abcc}\in\{4944,5844,6744,7644,8544,9444\}$............1p

2) a) A = suma de 4 numere impare => A$\vdots$2 .... 1p
A = $(6-1)^n + (6+1)^n + (6\cdot 2-1)^n + (6\cdot 3+1)^n = M_3$ 2p

A$\vdots$2 si A$\vdots$3 => A$\vdots$6 ....1p

b) Daca p prim, $p\neq 2$ => p impar => p^2+1 = par $\neq$ prim 2p

Daca p = 2 => numerele 5, 7, 13, 19 prime 1p

3) a+10b+6c=62 , a,b, c numere prime => a=2 b=3 c=5 .... 2p

$2\cdot$ m(<COD =$3\cdot$ m(<AOC => m(<AOC)= $\dfrac{2*m(\sphericalangle COD)}{3}$

$3\cdot$ m(<BOC =$5\cdot$ m(<COC => m(<BOC)= $\dfrac{5*m(\sphericalangle COD)}{3}$ 2p

m(<AOC)+m(<COB) =140^0; $\dfrac{7*m(\sphericalangle COD)}{3}$ =140^0 ; m (<COB) = 60^0............ 2p

m (<AOC) = 40^0 ; m (<COB) = 100^0 .... 1p

4) a) $\Delta ABN\equiv\Delta ACM\,(L.U.L)\Rightarrow[BN]\equiv[CM]$............3p

b) $\Delta MBP\equiv\Delta NCP(U.L.U.)\Rightarrow[BP]\equiv[CP]$............2p

$\Delta ABP\equiv\Delta ACP(L.L.L.)\Rightarrow[AP$ este bisectoarea unghiului BAC............2p