Olimpiada de Matematică –etapa locală- Galaţi

22 februarie 2015

Clasa a VIII-a

Problema 1.

Se dă expresia $E\left(x\right)=\left(\frac{4}{3x+5}+\frac{5}{5-3x}+\frac{4x+1}{9x^2-25}\right):\frac{44-x}{9x^2+30x+25}+3$

a). Să se determine valorile reale ale lui x pentru care expresia E(x) nu are sens.

b). Să se aducă expresia E(x) la forma cea mai simplă.

c). Să se determine valorile întregi ale lui x pentru care E(x) este număr natural.

Problema 2.

a). Să se rezolve în mulţimea numerelor întregi ecuaţia $x^3y-6x^2+xy=6$.

b). Fie expresia $E(x)=\frac{2x^2-4x+9}{x^2-2x+6}$, $x\in\mathbb{R}$. Să se demonstreze că $E(x)=2-\frac{3}{\left(x-1\right)^2+5}$.

c). Să se determine valoarea minimă a expresiei $E(x)=\frac{2x^2-4x+9}{x^2-2x+6}$, $x\in\mathbb{R}$.

Problema 3. Numerele reale x, y, z verifică relaţiile:

$$4\cdot x\cdot\sqrt{2}-3\cdot y^2+1=0$$
$$6\cdot y\cdot\sqrt{3}-6\cdot z^2+18=0$$
$$12\cdot z\cdot\sqrt{6}-2\cdot x^2-68=0$$

Să se demonstreze că $\frac{4\cdot x}{\sqrt{2}}+\frac{5\cdot y}{\sqrt{3}}+\frac{7\cdot z}{\sqrt{6}}$ este număr natural, pătrat perfect.

Problema 4.

Fie ABCD un paralelelogram cu diagonala BD perpendiculară pe latura AD şi cu unghiul dintre diagonale de măsură 45^0. Fie $BN\perp AC$, $N\in AC$ şi $DM\perp(ABC)$. Dacă punctul P este simetricul punctului C faţă de punctul B, iar DM= $a\sqrt{2}$ şi DA=2a, să se calculeze:

a). distanţa de la punctul D la planul (AMP)

b). distanţa de la punctul M la dreapta PN.