Olimpiada Naţională de Matematică

Etapa Locală -28 februarie 2015- Maramureş

1. variant 1 – Clasa a XII-a

Pentru definim .

1. Arătaţi este parte stabilă ȋn raport cu „.
2. Presupunând că este grup abelian arătaţi că .
3. Dacă calculaţi .

R.M.T. 1/2015( Enunţ modificat)

2 . Fie  un grup şi mulţimea . Dacă , pentru orice , atunci *G* este comutativ.

 *Gazeta Matematică nr. 12 / 2014*

3. Să se determine primitiva a funcţiei

cu proprietatea .

 Gheorghe Szollosy

4. Să se determine funcţiile derivabile, cu care verifică

.

*Timp de lucru 3 ore. Se acordă în plus 30 de minute pentru întrebări.*

*Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.*

*Subiecte selectate şi prelucrate de:*

prof. Pop Vesel Floare, Lic. Bogdan Vodă, Vişeu de Sus

prof. Gherasin Gheorghe, Lic. Regele Ferdinand, Sighetu-M.

prof. Giurgi Vasile, C.N. Dragoş Vodă, Sighetu-M.

 Clasa a XII-a **barem**

1. Pentru definim .
2. Arătaţi este parte stabilă ȋn raport cu „.
3. Presupunând că este grup abelian arătaţi că .
4. Dacă calculaţi .

Barem de corectare

1. Prin calcul direct
2. Demonstraţia că este izomorfism de grupuri.......**3p**
3. ....**1p**. Finalizare **1p**.

2. Fie  un grup şi mulţimea . Dacă , pentru orice , atunci *G* este comutativ.

Barem de corectare

 Demonstrăm că .

Dacă .

Dacă .

Dacă şi ....**1p**

Avem

1. Dacă  şi .......**2p**
2. Dacă . Avem ..............................................................................................**2p**

Deci .

3. Să se determine primitiva a funcţiei

cu proprietatea .

Barem de corectare

Considerarea funcţiei ..**1p**

Avem ....**2p**

Integrala a doua se calculează prin substituţia ) şi se obţine =

……..**2p**. Aflarea primitivei F şi folosirea condiţiei din enunţ ne conduc la

…..**2p**

4. Să se determine funcţiile derivabile, cu care verifică

.

Barem de corectare

Prin derivarea relaţiei se obţine ……**2p**. Pentru avem

 **p** .Conform consecinţei lui Lagrange avem

 …..**2p**.

 Folosind derivabilitatea funcţiei se obţine formula  …..**2p**