Ministerul Educaţiei Naţionale
Inspectoratul Şcolar Judeţean Satu Mare

Olimpiada Naţională de Fizică
31 martie - 5 aprilie 2013

Proba teoretică

Subiecte

XI

Problema I (10 puncte)

Unde transversale

Fie o coardă elastică orizontală, întinsă, la capătul căreia se produce o mică perturbaţie bruscă pe direcţia transversală pe coardă.

Sarcina de lucru nr. 1

1.a. Să se demonstreze că viteza de propagare a acestei perturbaţii prin coardă este $c = \eta\sqrt{\frac{F}{\mu}}$, unde *F* este tensiunea mecanică din coardă, iar μ – densitatea liniară de masă.

1.b. Ce expresie are constanta η din formula de mai sus?

Sarcina de lucru nr. 2

2.a. Dacă ambele capete ale coardei orizontale se pot mişca liber pe direcţie verticală, arătaţi că ecuaţia unei unde staţionare care se poate stabili pe coardă este $y = A\cos kx \cos \omega t$, unde *k* este numărul de undă, *A* – amplitudinea undei staţionare şi ω – pulsaţia undei.

2.b. Reprezentaţi grafic forma coardei la momentele *t* = *nT*, unde n este număr natural şi *T* – perioada oscilaţiilor.

2.c. Precizaţi caracteristicile celor două unde care, în urma interferenţei, produc unda staţionară de mai sus.

2.d. Determinaţi distribuţia densităţilor liniare ale energiilor cinetică şi potenţială de-a lungul coardei.

2.e. Reprezentaţi grafic distribuţiile calculate la cerinţa anterioară la momentele $t = \frac{T}{4}$ şi $t = \frac{T}{2}$.

Sarcina de lucru nr. 3

3.a. Se fixează coarda orizontală la ambele capete. Cunoscând densitatea liniară de masă, distanţa *L* dintre punctele de fixare şi distanţa *d* la care se află mijlocul coardei faţă de linia orizontală care uneşte punctele de suspensie (săgeata coardei), să se determine tensiunea mecanică din coardă datorată propriei sale greutăţi. Se va considera $d << L$.

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve cerinţele în orice ordine.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

3.b. Să se determine raportul dintre frecvenţele fundamentale ale sunetelor emise de această coardă, în cazul în care coarda a fost alungită cu p_1 = 2% şi în cazul în care p_2 = 4,1%.

3.c Ştiind că frecvenţa din primul caz corespunde notei La din octava C4 (ν_1 = 440 Hz), ce notă muzicală va emite coarda în cazul al doilea (în scara uniform temperată a lui Bach raportul frecvenţelor care mărginesc un interval muzical numit semiton este dat de relaţia $\frac{\nu_2}{\nu_1} = 2^{\frac{1}{12}}$)?

Subiect propus de:
Prof. Arici Liviu – Colegiul Naţional „N. Bălcescu” – Brăila

Problema a II-a (10 puncte)

Cordon elastic

Un cordon cilindric omogen din cauciuc, cu masa neglijabilă, aria secţiunii transversale S_0, lungimea l_0 şi modulul de elasticitate E, este suspendat vertical.

Sarcina de lucru nr. 1

La alungiri **foarte mici** ale cordonului (când alungirea sa relativă ε este sub 1%), este valabilă legea lui Hooke.

1.a. Să se determine variaţia relativă a volumului cordonului, dacă se cunoaşte coeficientul μ al lui Poisson (raportul dintre contracţia relativă a razei cordonului şi alungirea relativă a acestuia). Pentru cauciuc $\mu < 0{,}5$.

1.b. La capătul liber al cordonului se leagă un corp cu masa m $\left(m < \frac{ES_0}{4\mu g}\right)$. Dacă se eliberează corpul din repaus, cordonul nefiind deformat, să se afle:

i. Perioada micilor oscilaţii ale acestui pendul elastic;

ii. Volumul maxim al cordonului în timpul oscilaţiilor.

1.c. Se roteşte cordonul în plan vertical (împreună cu corpul legat de el) cu 90°, în jurul punctului de suspensie. Se eliberează sistemul din repaus, cordonul fiind nedeformat, şi se constată că, la trecerea cordonului prin poziţia verticală, alungirea acestuia este maximă. Să se determine de câte ori este mare această alungire maximă decât alungirea măsurată în condiţii statice.

Sarcina de lucru nr. 2

La alungiri **mici** ale cordonului, pentru care alungirea relativă a sa depăşeşte însă 1%, legea lui Hooke nu mai este valabilă, dar se constată că alungirea y a cordonului este direct proporţională cu forţa deformatoare şi cu lungimea cordonului alungit.

2.a. Să se deducă expresia forţei elastice în funcţie de E, S_0, l_0 şi y.
Se cunoaşte acceleraţia gravitaţională g.

Indicaţie: Se poate utiliza aproximaţia lui Bernoulli: $(1 \pm s)^q \cong 1 \pm sq$ *, dacă* $s \ll 1$.

Subiect propus de:
Conf. univ. dr. Sebastian POPESCU – Facultatea de Fizică, Universitatea „Al. I. Cuza” - Iaşi

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve cerinţele în orice ordine.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

Problema a III-a (10 puncte)

Pompa de bicicletă

Andrei umflă camera unei roţi de bicicletă cu o pompă cu piston. Iniţial, în camera roţii de bicicletă se află aer la presiunea atmosferică p_0 şi la temperatura T_0. Camera roţii de bicicletă are un ventil (o supapă), care se deschide atunci când presiunea exterioară devine egală cu presiunea aerului din cameră. Consideră că volumul V_r al camerei de bicicletă nu variază.

La începutul fiecărei curse a pistonului, atunci când acesta se află în poziţia cea mai de sus, cilindrul vertical al pompei de bicicletă este plin cu aer, la presiunea atmosferică p_0 şi la temperatura T_0. Volumul pe care îl are la dispoziţie aerul din cilindru, la începutul fiecărei curse, este $V_p = V_r/N$, unde N este un număr dat. Când pistonul ajunge în poziţia cea mai de jos, toată cantitatea de aer aflată iniţial sub pistonul din cilindrul pompei se regăseşte în camera roţii de bicicletă, pistonul aflându-se la capătul inferior al cursei sale. Lungimea cursei pistonului pompei de bicicletă este ℓ.

Presupune că pereţii pompei şi cei ai camerei roţii de bicicletă sunt perfect conductori din punct de vedere termic, astfel încât temperatura lor, precum şi cea a aerului din cilindrul pompei şi din camera de bicicletă rămâne întotdeauna egală cu temperatura atmosferei T_0. Constanta universală a gazelor ideale este R, iar exponentul adiabatic al aerului este γ.

Sarcina de lucru nr.1

Sarcina de lucru 1 îţi propune să studiezi câţiva dintre parametrii de stare ai sistemului pompă – cameră de bicicletă şi să exprimi, după caz, rezultatele pe care le obţii în funcţie de p_0, V_r, T_0, R, de numerele N şi k şi de distanţele ℓ şi x.

1.a. Determină expresia numărului ν_k de moli de aer din camera roţii de bicicletă, după ce Andrei a pompat de k ori aer în camera de bicicletă.

1.b. Dedu expresia presiunii p_k a aerului din camera de bicicletă, după ce Andrei a efectuat k pompări.

1.c. În cursul celei de-a $(k+1)$ pompări a aerului în camera de bicicletă, supapa se deschide când pistonul se află la o anumită distanţa x_{k+1} faţă de poziţia sa cea mai de sus. Determină expresia distanţei x_{k+1}.

1.d. Dedu expresia $p = p(x)$ a legii de variaţie a presiunii aerului din cilindrul pompei de bicicletă, în cursul celei de a $(k+1)$ pompări, în funcţie de distanţa x a pistonului, faţă de poziţia sa cea mai de sus.

Sarcina de lucru nr.2

Sarcina de lucru 2 îţi propune să studiezi modul în care variază energia internă a aerului din cilindrul pompei, la o cursă a pistonului, atunci când acesta se deplasează între poziţia cea mai de sus şi cea mai de jos şi să exprimi rezultatele în funcţie de presiunea p_0 şi de volumul V_r, de numerele N şi k, de distanţele ℓ şi x, precum şi de exponentul adiabatic γ.

2.a. Determină expresia dependenţei $U = U(x)$ a energiei interne a aerului din cilindru în cursul celei de a $(k+1)$ pompări, de distanţa x a pistonului, faţă de poziţia sa cea mai de sus.

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve cerinţele în orice ordine.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

Sarcina de lucru nr.3

În cadrul sarcinii de lucru 3 ţi se cere să deduci expresia lucrului mecanic efectuat de Andrei pentru a umfla camera roţii de bicicletă până la o anumită presiune şi expresia cantităţii de căldură preluată de atmosferă de la sistemul pompă – cameră de bicicletă. Exprimă, după caz, rezultatele obţinute în funcţie de numerele N, k şi n, de presiunea p_0, de volumul V_r şi de exponentul adiabatic γ.

3.a. Pe parcursul umflării camerei roţii de bicicletă, în cursa pistonului notată cu numărul k_0, presiunea aerului din camera de bicicletă atinge valoarea $n \cdot p_0$, unde n este un număr supraunitar. Determină expresia numărului k_0.

3.b. Determină expresia lucrului mecanic efectuat de Andrei, din momentul începerii pompării, până în când presiunea aerului din camera roţii de bicicletă atinge valoarea $n \cdot p_0$. Consideră că $N \cdot (n-1)$ este un număr natural şi că frecările dintre piston şi cilindru sunt neglijabile.

3.c. Determină, în condiţiile specificate în cadrul sarcinii de lucru 3.b., expresia cantităţii de căldură Q schimbate de aerul din sistemul pompă – cameră de bicicletă, cu mediul exterior, din momentul începerii pompării până când presiunea aerului din camera roţii de bicicletă atinge valoarea $n \cdot p_0$.

Sarcina de lucru nr.4

Sarcina de lucru 4 îţi propune să calculezi valorile numerice ale unora dintre mărimile fizice, ale căror expresii le-ai dedus în cadrul sarcinilor de lucru 1, 2 sau 3.

Pentru rezolvarea acestor cerinţe utilizează, după caz, următoarele valori numerice pentru mărimile fizice şi pentru constantele menţionate în enunţ: $R = 8{,}31 J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$, $T_0 = 300 K$, $V_r = 7{,}00 dm^3$, $N = 20$, $p_0 = 1{,}01 \cdot 10^5 N \cdot m^{-2}$, $\gamma = 1{,}40$ şi $n = 2{,}51$.

4.a. Calculează numărul de moli de gaz din camera roţii după zece pompări.

4.b. Calculează valoarea presiunii din camera roţii după zece pompări.

4.c. Determină valoarea pentru numărul de pompări pentru care presiunea din camera roţii atinge valoarea $n \cdot p_0$.

4.d. Calculează valoarea lucrului mecanic efectuat de Andrei în cursul celei de a zecea pompări.

4.e. Determină valoarea cantităţii de căldură Q_{10} schimbată de aerul din sistemul pompă – cameră de bicicletă, cu mediul exterior, în cursul celei de a zecea pompări.

© Subiect propus de:
Conf. univ. dr. Adrian DAFINEI – Facultatea de Fizică – Universitatea Bucureşti

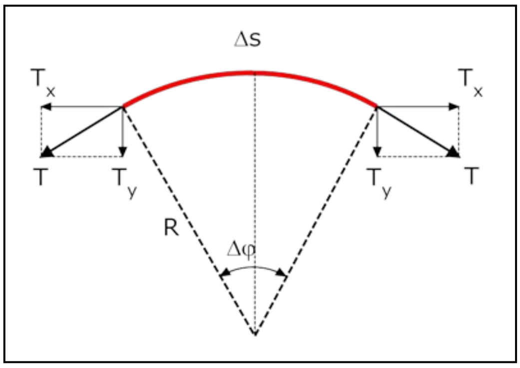
1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve cerinţele în orice ordine.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

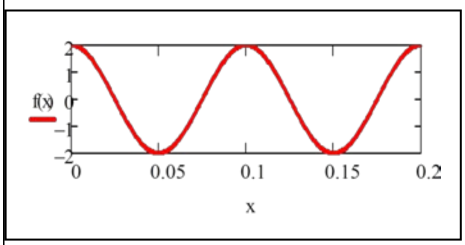
Olimpiada Naţională de Fizică
31 martie - 5 aprilie 2013
Proba teoretică

XI

Barem de evaluare şi de notare
Se punctează oricare altă modalitate de rezolvare corectă a problemei

Problema I
Unde transversale

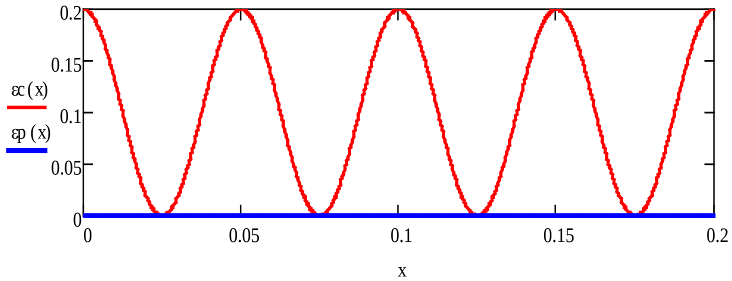
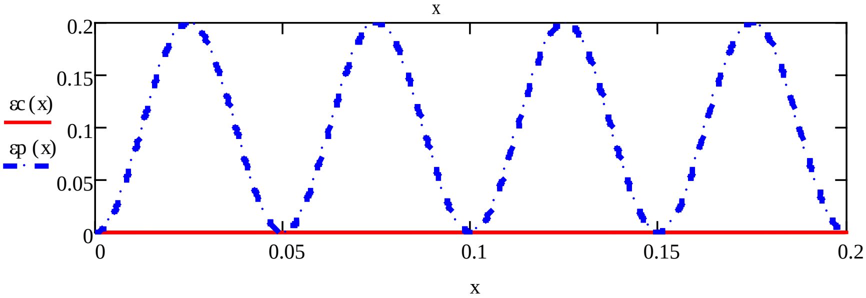
Nr. item	*Sarcina de lucru nr. 1*	Punctaj
1.a.	O porţiune foarte mică de coardă poate fi considerată ca un arc de cerc de lungime Δs . Componentele T_x se anulează reciproc şi asupra elementului de coardă acţionează forţa centripetă $F_{cp} = 2T_y$.Deci $\frac{\Delta m\cdot v^2}{R}=2T\sin\frac{\Delta\varphi}{2}=T\Delta\varphi=T\frac{\Delta s}{R}$ $\frac{\mu\Delta s\cdot v^2}{R}=T\frac{\Delta s}{R}$ De aici $v=\sqrt{\frac{T}{\mu}}$  Pentru a nu face confuzii cu alte notaţii ulterioare notăm viteza perturbaţiei cu *c* şi tensiunea din coardă cu *F*.	
1.b.	Evident, constanta $\eta = 1$.	

Nr. item	*Sarcina de lucru nr. 2*	Punctaj
2.a.	Considerând ecuaţia dată şi folosind identitatea trigonometrică $\cos\alpha\cos\beta=\frac{\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)}{2}$ obţinem $y(x,t)=\frac{A}{2}\cos(\omega t+kx)+\frac{A}{2}\cos(\omega t-kx)$	
2.b.	 Un grafic pentru A = 2 unităţi convenţionale şi λ = 0,1 m este cel din figura alăturată. Poate fi desenat şi un grafic pur calitativ.	

Barem de evaluare şi de notare
Se punctează oricare altă modalitate de rezolvare corectă a problemei

2.c.	Cele două unde care interferă sunt două unde identice cu amplitudinea $\frac{A}{2}$ care se propagă în sensuri opuse pe coardă. Sursele celor două unde trebuie să oscileze în fază.	
2.d.	Viteza oscilaţiilor unui punct de pe coardă este $$\mathrm{v} = \frac{dy}{dt} = -\omega A \cos kx \sin \omega t$$ iar deformaţia relativă este $$\varepsilon = \frac{dy}{dx} = -kA \sin kx \cos \omega t$$ Energia cinetică a unui element de masă al coardei şi densitatea de energie vor fi $$dE_c = \frac{dm}{2}\mathrm{v}^2 = \frac{dm}{2}\omega^2 A^2 \cos^2 kx \sin^2 \omega t = \frac{\mu dl}{2}\omega^2 A^2 \cos^2 kx \sin^2 \omega t$$ $$\varepsilon_c = \frac{dE_c}{dl} = \frac{\mu\omega^2 A^2}{2}\cos^2 kx \sin^2 \omega t$$ Energia potenţială de deformaţie a unui element de coardă este $dE_p = \frac{\kappa (dy)^2}{2}$, în care $\varepsilon = \frac{dy}{dl}$ şi $F = \kappa dl$, κ fiind constanta elastică. Mai departe se obţine $$dE_p = \frac{F}{dl}\cdot\frac{1}{2}\varepsilon^2 dl^2 \text{ şi } \varepsilon_p = \frac{dE_p}{dl} = \frac{F\varepsilon^2}{2} = \frac{F}{2}k^2 A^2 \sin^2 kx \cos^2 \omega t$$ Pe de altă parte $$\frac{k}{\omega} = \frac{\frac{2\pi}{\lambda}}{\frac{2\pi}{T}} = \frac{T}{\lambda} = \frac{1}{\mathrm{v}}$$ $$\frac{k^2}{\omega^2} = \frac{1}{\mathrm{v}^2} = \frac{\mu}{F}$$ De aici $$\varepsilon_p = \frac{\mu\omega^2 A^2}{2}\sin^2 kx \cos^2 \omega t$$	

Barem de evaluare și de notare
Se punctează oricare altă modalitate de rezolvare corectă a problemei

2.e.	La $t = \frac{T}{4}$  La $t = \frac{T}{2}$  Graficele pot fi reprezentate calitativ.	

Nr. item	*Sarcina de lucru nr. 3*	Punctaj
3.a.	Conform figurii alăturate, aplicând pentru o jumătate de coardă ecuaţia de echilibru pentru momentele forţelor faţă de capătul O al corzii, rezultă $\mu\frac{L}{2}g\frac{L}{4}=Fd$ de unde $F=\frac{\mu L^2 g}{8d}$	
3.b.	Frecvenţa undelor sonore emise de coardă este $\nu=\frac{n}{2}\sqrt{\frac{F}{mL}}$, cu n = 1 pentru frecvenţa fundamentală. În cazul 1, $L_1=L+p_1L=L(1+p_1)$ În cazul 2, analog $L_2=L(1+p_2)$ Forţele de tensiune elastică vor fi $F_1=\kappa(p_1L)$, respectiv $F_2=\kappa(p_2L)$. În aceste condiţii $$\frac{\nu_1}{\nu_2}=\frac{\sqrt{\frac{\kappa p_1L}{mL(1+p_1)}}}{\sqrt{\frac{\kappa p_2L}{mL(1+p_2)}}}=\sqrt{\frac{p_1(1+p_2)}{p_2(1+p_1)}}$$ De aici rezultă $\frac{\nu_1}{\nu_2}=0,706\approx\frac{\sqrt{2}}{2}$	
3.c.	Dacă $\nu_1=440Hz$,rezultă că $\nu_2=\sqrt{2}\nu_1=440\sqrt{2}\approx 622,5Hz$ Calculând pe rând, rezultă Nota La# $\nu=440\cdot 2^{1/12}=466,164Hz$ Nota Si $\nu=440\cdot 2^{2/12}=493,883Hz$ Nota Do $\nu=440\cdot 2^{3/12}=523,251Hz$ Nota Do# $\nu=440\cdot 2^{4/12}=554,365Hz$ Nota Re $\nu=440\cdot 2^{5/12}=587,33Hz$ Nota Re# $\nu=440\cdot 2^{6/12}=440\sqrt{2}=622,254Hz$ Deci nota emisă va fi Re diez din octava C5.	

Barem de evaluare şi de notare propus de: prof. Liviu Arici – Colegiul Naţional „N.Bălcescu” - Brăila

Problema a II-a
Cordon elastic

<table>
<tr><th>Nr. item</th><th>Sarcina de lucru nr. 1</th><th>Punctaj</th></tr>
<tr><td rowspan="3">1.a.</td><td>Volumul cordonului elastic este

$$V = \pi r^2 l = \pi (r_0 - \Delta r)^2 (l_0 + \Delta l) = \pi r_0^2 l_0 \left(1 - \frac{\Delta r}{r_0}\right)^2 \left(1 + \frac{\Delta l}{l_0}\right) = V_0 \left(1 - \frac{\Delta r}{r_0}\right)^2 \left(1 + \frac{\Delta l}{l_0}\right).$$</td><td>0,50 p</td></tr>
<tr><td>Deoarece $\frac{\Delta l}{l_0} = \varepsilon$ și $\frac{\Delta r}{r_0} = \mu\varepsilon$, atunci</td><td>0,25 p</td></tr>
<tr><td>

$$\boxed{\frac{\Delta V}{V_0} = (1 - 2\mu)\varepsilon}.$$</td><td>0,25 p</td></tr>
<tr><td rowspan="5">1.b.</td><td>i. La echilibru, legea lui Hooke se scrie:

$$\frac{mg}{S} = E\frac{\Delta l_0}{l_0},$$</td><td>0,25 p</td></tr>
<tr><td>de unde

$$mg = E\frac{\Delta l_0}{l_0} S = ES_0 \frac{\Delta l_0}{l_0}\left(1 - \frac{\Delta r_0}{r_0}\right)^2 = ES_0 \frac{\Delta l_0}{l_0}\left(1 - \mu\frac{\Delta l_0}{l_0}\right)^2 \cong ES_0 \frac{\Delta l_0}{l_0}.$$</td><td>0,25 p</td></tr>
<tr><td>După alungirea cordonului cu y față de starea de echilibru, ecuația de mișcare a sistemului este:

$$ma = mg - F,$$</td><td>0,50 p</td></tr>
<tr><td>unde forța elastică este

$$F = ES\frac{\Delta l_0 + y}{l_0} \cong ES_0\left[\frac{\Delta l_0}{l_0} + \left(1 - 4\mu\frac{\Delta l_0}{l_0}\right)\frac{y}{l_0}\right].$$</td><td>1,00 p</td></tr>
<tr><td>În aceste circumstanțe, ecuația de mișcare de mai sus devine

$$ma = -ES_0\left(1 - 4\mu\frac{\Delta l_0}{l_0}\right)\frac{y}{l_0} = -ky,$$</td><td>0,25 p</td></tr>
</table>

	unde constanta elastică echivalentă a sistemului este $k = \frac{ES_0}{l_0}\left(1 - 4\mu\frac{\Delta l_0}{l_0}\right) = \frac{1}{l_0}\left(ES_0 - 4\mu mg\right),$	0,25 p
	așa încât perioada proprie de oscilație este $\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{ml_0}{ES_0 - 4\mu mg}} \cong 2\pi\sqrt{\frac{ml_0}{ES_0}\left(1 + 2\mu\frac{mg}{ES_0}\right)}}.$	0,50 p
ii.	Soluția ecuației de mișcare a corpului este $y(t) = A\cos(\omega t + \varphi_0),$	0,25 p
	condițiile inițiale fiind $y(0) = -\Delta l_0$ și $v(0) = 0$.	0,25 p
	În acest caz $\varphi_0 = 0$ și $A = -\Delta l_0 = -\frac{mgl_0}{ES_0},$	0,50 p
	astfel încât $y(t) = -\frac{mgl_0}{ES_0}\cos\omega t$.	0,25 p
	Cum $\frac{\Delta V}{V_0} = (1 - 2\mu)\varepsilon \rightarrow V(t) = V_0[1 + (1 - 2\mu)\varepsilon] = V_0\left[1 + (1 - 2\mu)\frac{\Delta l_0 + y(t)}{l_0}\right],$	0,25 p
	atunci $V(t) = V_0\left[1 + (1 - 2\mu)\frac{\Delta l_0}{l_0}(1 - \cos\omega t)\right].$	0,25 p
	Prin urmare, volumul cordonului este maxim atunci când $\cos\omega t = -1$ (adică la alungire maximă): $\boxed{V_{max} = V_0\left[1 + 2(1 - 2\mu)\frac{\Delta l_0}{l_0}\right] = V_0\left[1 + 2(1 - 2\mu)\frac{mg}{ES_0}\right]}$	0,25 p

1.c.	Deoarece alungirea cordonului este maximă atunci când acesta trece prin poziția verticală, componenta radială a vitezei corpului este nulă. Prin urmare, viteza v a corpului este orizontală atunci când cordonul este vertical. Rezultanta forțelor care acționează asupra corpului pe direcția cordonului, atunci când acesta este vertical, este de tip centripet $$m\frac{v^2}{l_0+y}=ky-mg\,.$$	**0,75 p**
	Alegând, de exemplu, nivelul de referință pentru energia potențială gravitațională – nivelul dat de poziția inițială orizontală a cordonului, conservarea energiei sistemului se scrie: $$0=m\frac{v^2}{2}+k\frac{y^2}{2}-mg\left(l_0+y\right).$$	**0,75 p**
	Eliminând viteza între cele două relații de mai sus se obține: $$y=\frac{l_0}{4}\left[3\frac{mg}{kl_0}-1+\sqrt{1+9\frac{mg}{kl_0}\left(2+\frac{mg}{kl_0}\right)}\right]=\frac{l_0}{4}\left[3\frac{\Delta l_0}{l_0}-1+\sqrt{1+9\frac{\Delta l_0}{l_0}\left(2+\frac{\Delta l_0}{l_0}\right)}\right].$$	**0,25 p**
	Deoarece $\frac{\Delta l_0}{l_0}<<1$, atunci $$y\cong\frac{l_0}{4}\left[3\frac{\Delta l_0}{l_0}-1+\left(1+18\frac{\Delta l_0}{l_0}\right)^{1/2}\right]\cong\frac{l_0}{4}\left[3\frac{\Delta l_0}{l_0}-1+\left(1+9\frac{\Delta l_0}{l_0}\right)\right],$$ sau $$\boxed{\frac{y}{\Delta l_0}=3}.$$	**0,25 p**
Nr. item	***Sarcina de lucru nr. 2***	**Punctaj**
2.a.	În acord cu enunțul $$F=\alpha\frac{y}{l_0+y}.$$	**0,25 p**
	La alungiri foarte mici trebuie regăsită legea lui Hooke:	**0,25 p**

	$$F=\alpha\frac{y}{l_0}\left(1+\frac{y}{l_0}\right)^{-1}\cong\alpha\frac{y}{l_0}\equiv ES_0\frac{y}{l_0},$$	
	de unde, $$\alpha=ES_0,$$ iar expresia forței devine $$\boxed{F=ES_0\frac{y}{l_0+y}}.$$	**0,25 p** **0,25 p**
Oficiu		**1,00p**
TOTAL Problema a II-a		**10p**

Barem de evaluare şi de notare propus de:

Conf. univ. dr. Sebastian POPESCU – Facultatea de Fizică – Universitatea „Alexandru Ioan Cuza" din Iași