OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
16 februarie 2014
Clasa a VI- a

SUBIECTUL I (7p)

Determinaţi cele mai mici numere naturale consecutive a<b<c<d ştiind că acestea sunt divizibile respectiv cu 8, 7, 6 şi 5.

SUBIECTUL II (7p)

Determinaţi toate perechile de cifre nenule (x, y) cu proprietatea că $\frac{\overline{xyxyxy}}{\overline{yxyxyx}} = \frac{4}{7}$.

Gazeta Matematică

SUBIECTUL III (7p)

Fie unghiurile ∢AOB şi ∢BOC astfel încât m(∢BOC) este de patru ori mai mică decât m(∢AOB). Dacă m(∢AOC)=120^0, iar (OD este semidreapta opusă semidreptei (OB, determinaţi m(∢AOD). (Analizaţi toate situaţiile posibile).

SUBIECTUL IV (7p)

Fie triunghiul oarecare ABC. Pe semidreptele (CA şi (BA se consideră punctele D şi respectiv E, asfel încât A ϵ (CD), A ϵ (BE), (AD)≡(AB) şi (AE)≡(AC). Ştiind că M este mijlocul segmentului (BC), iar N este mijlocul segmentului (DE), arătaţi că:

a) (DN)≡(BM);
b) ΔAME≡ΔANC;
c) (AP este bisectoarea unghiului ∢CAE, unde {P}=ME ∩ CN.

Notă:
- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Timp de lucru: 2 ore**

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ – FAZA LOCALĂ – 16.02.2014

BAREM DE CORECTARE   CLASA a VI-a

SUBIECTUL I:

Determinaţi cele mai mici numere naturale consecutive $a<b<c<d$ ştiind că acestea sunt divizibile respectiv cu 8, 7, 6 şi 5.

Soluţie:

a divizibil cu 8, deci $a=8m$, $b=8m+1$, $c=8m+2$, $d=8m+3$, $m\in\mathbb{N}$ 1p

$7|8m+1$ şi $7|7m \Rightarrow 7|m+1$..1p

$6|8m+2$ şi $6|6m \Rightarrow 6|2m+2$, deci $3|m+1$ 1p

$5|8m+3$ şi $5|5m \Rightarrow 5|3m+3 \Rightarrow 5|3(m+1)$...1p

Deorece 5 şi 3 sunt prime între ele obţinem că $5|m+1$ 1p

$m+1$ multiplu comun al numerelor 3, 5 şi 7 $\Rightarrow m+1=105k$, $k\in\mathbb{N}^*$................1p

a minim $\Rightarrow k=1 \Rightarrow a=832$, $b=833$, $c=834$, $d=835$..................................1p

SUBIECTUL II

Determinaţi toate perechile de cifre nenule (x,y) cu proprietatea că $\frac{\overline{xyxyxy}}{\overline{yxyxyx}}=\frac{4}{7}$.

Gazeta Matematică

Soluţie:

$\overline{xyxyxy}=\overline{xy}\cdot 10101$ iar $\overline{yxyxyx}=\overline{yx}\cdot 10101$..2p

$\frac{\overline{xyxyxy}}{\overline{yxyxyx}}=\frac{4}{7} \Rightarrow \frac{\overline{xy}}{\overline{yx}}=\frac{4}{7} \Rightarrow 7\cdot\overline{xy}=4\cdot\overline{yx}$ 2p

Obţinerea relaţiei $2x=y$ 2p

Finalizare: $(x,y)\in\{(1,2),(2,4),(3,6),(4,8)\}$ 1p

SUBIECTUL III

Fie unghiurile $\sphericalangle AOB$ şi $\sphericalangle BOC$ astfel încât $m(\sphericalangle BOC)$ este de patru ori mai mică decât $m(\sphericalangle AOB)$. Dacă $m(\sphericalangle AOC)=120^0$, iar (OD este semidreapta opusă semidreptei (OB, determinaţi $m(\sphericalangle AOD)$. (Analizaţi toate situaţiile posibile).

Soluţie:

Dacă notăm $m(\sphericalangle BOC) = x$, atunci $m(\sphericalangle AOB) = 4x$..1p

Cazul I: Unghiurile $\sphericalangle AOB$ şi $\sphericalangle BOC$ **neadiacente** atunci: $3x = 120^0$......................1p

Finalizare: $x=40^0 \Rightarrow m(\sphericalangle AOD)=20^0$..1p

Cazul II: Unghiurile $\sphericalangle AOB$ şi $\sphericalangle BOC$ **adiacente** atunci avem situaţiile:

i) $m(\sphericalangle AOC)=m(\sphericalangle BOC)+m(\sphericalangle BOA) \Rightarrow 5x = 120^0$....................................1p

Finalizare: $x=24^0 \Rightarrow m(\sphericalangle AOD)=84^0$..1p

ii) $m(\sphericalangle AOC)+m(\sphericalangle BOC)+m(\sphericalangle BOA)=360^0 \Rightarrow 5x = 240^0$............................1p

Finalizare: $x=48^0 \Rightarrow m(\sphericalangle AOB)=192^0>180^0$ - nu convine 1p

SUBIECTUL IV

Fie triunghiul oarecare ABC. Pe semidreptele (CA şi (BA se consideră punctele D şi respectiv E, asfel încât $A \in (CD)$, $A \in (BE)$, $(AD)\equiv(AB)$ şi $(AE)\equiv(AC)$. Ştiind că M este mijlocul segmentului (BC), iar N este mijlocul segmentului (DE), arătaţi că:

a) $(DN)\equiv(BM)$;

b) $\Delta AME\equiv\Delta ANC$;

c) (AP este bisectoarea unghiului $\sphericalangle CAE$, unde $\{P\}=ME \cap CN$.

Soluţie:

a) $\Delta ABC \equiv \Delta ADE \Rightarrow (BC) \equiv (DE) \Rightarrow (BM) \equiv (DN)$.................................... 2p

b) $\sphericalangle BAM\equiv\sphericalangle DAN \Rightarrow \sphericalangle CAM\equiv\sphericalangle EAN \Rightarrow \sphericalangle EAM\equiv\sphericalangle CAN$…………................1p

$\Delta AME\equiv\Delta ANC$ ($L.U.L$)...1p

c) $\Delta BME\equiv\Delta DNC \Rightarrow \sphericalangle BMP\equiv\sphericalangle DNP \Rightarrow \sphericalangle PMC\equiv\sphericalangle PNE$………… 1p

$\Delta PMC\equiv\Delta PNE \Rightarrow (PC)\equiv(PE)$..1p

$\Delta APC\equiv\Delta APE \Rightarrow \sphericalangle PAC\equiv\sphericalangle PAE \Rightarrow$ concluzia 1p