

Olimpiada de Matematică –etapa locală- Galați

22 februarie 2015

Clasa a VII-a

Problema 1.a) Să se compare numerele reale a și b , știind că :

$$a = \sqrt{3^{2015} - 2 \cdot 3^{2014} - 2 \cdot 3^{2013} - \dots - 2 \cdot 3 - 2} - \sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} - |\sqrt{5} - 3|$$

$$b = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{4} - \sqrt{3}}{\sqrt{12}}.$$

b) Arătați că
$$\frac{1}{2 \cdot \sqrt{3}} + \frac{1}{2 \cdot \sqrt{5}} = \frac{1}{5 \cdot \sqrt{3} - 3 \cdot \sqrt{5}}.$$

Problema 2. Fie $ABCD$ un trapez isoscel ($AB \parallel CD$) cu diagonalele perpendiculare.

Notăm cu E și F mijloacele laturilor neparalele și $AC \cap BD = \{O\}$. Știind că $EF = 4$ cm și că perimetrul trapezului $ABCD$ este egal cu 20 cm, determinați:

- a) perimetrul triunghiului $\triangle OEF$.
- b) aria trapezului.

Problema 3.

a) Să se determine cifrele a și b , unde $a \notin \{0, 9\}$, pentru care numărul rațional $\overline{a, (ba)} + \overline{b, (ab)} + \overline{a, b(a)}$ se poate scrie ca fracție zecimală finită.

b) Fie $x \neq -1, y \neq -2, z \neq -3$ numere raționale, astfel încât
$$\frac{2015}{x+1} + \frac{2015}{y+2} + \frac{2015}{z+3} = 2014.$$
 Calculați $\frac{x-1}{x+1} + \frac{y}{y+2} + \frac{z+1}{z+3}$.

Problemă 4. Fie $\triangle ABC$ un triunghi oarecare și punctele $M \in (BC)$, $N \in (AC)$, $P \in (AB)$ astfel încât $BM = MC$, $AN = 2 \cdot NC$ și $AP = 3 \cdot PB$. Dacă T este mijlocul lui (AC) și R simetricul lui M față de N , demonstrați că punctele P, T, R sunt coliniare

Olimpiada de Matematică –etapa locală- Galați

22 februarie 2015

Clasa a VII-a

Problema 1.a) Să se compare numerele reale a și b , știind că :

$$a = \sqrt{3^{2015} - 2 \cdot 3^{2014} - 2 \cdot 3^{2013} - \dots - 2 \cdot 3 - 2} - \sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} - |\sqrt{5} - 3|$$

$$b = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{4} - \sqrt{3}}{\sqrt{12}}.$$

b) Arătați că
$$\frac{1}{2 \cdot \sqrt{3}} + \frac{1}{2 \cdot \sqrt{5}} = \frac{1}{5 \cdot \sqrt{3} - 3 \cdot \sqrt{5}}.$$

Problema 2. Fie $ABCD$ un trapez isoscel ($AB \parallel CD$) cu diagonalele perpendiculare.

Notăm cu E și F mijloacele laturilor neparalele și $AC \cap BD = \{O\}$. Știind că $EF = 4$ cm și că perimetrul trapezului $ABCD$ este egal cu 20 cm, determinați:

- a) perimetrul triunghiului $\triangle OEF$.
- b) aria trapezului.

Problema 3.

a) Să se determine cifrele a și b , unde $a \notin \{0, 9\}$, pentru care numărul rațional $\overline{a, (ba)} + \overline{b, (ab)} + \overline{a, b(a)}$ se poate scrie ca fracție zecimală finită.

b) Fie $x \neq -1, y \neq -2, z \neq -3$ numere raționale, astfel încât
$$\frac{2015}{x+1} + \frac{2015}{y+2} + \frac{2015}{z+3} = 2014.$$
 Calculați $\frac{x-1}{x+1} + \frac{y}{y+2} + \frac{z+1}{z+3}$.

Problemă 4. Fie $\triangle ABC$ un triunghi oarecare și punctele $M \in (BC)$, $N \in (AC)$, $P \in (AB)$ astfel încât $BM = MC$, $AN = 2 \cdot NC$ și $AP = 3 \cdot PB$. Dacă T este mijlocul lui (AC) și R simetricul lui M față de N , demonstrați că punctele P, T, R sunt coliniare