MATEMATIKA OLIMPIÁSZ

KÖRZETI SZAKASZ

2014. február 23

V. OSZTÁLY

1.) Egy négyjegyű természetes szám utolsó számjegye 7. Ha a 7-es számjegyet az egyes helyi értékről áthelyezzük az ezres helyi értékre, akkor a kapott szám 2826-tal nagyobb, mint az eredeti szám. Mennyivel egyenlő az eredeti szám számjegyek összege?

2.) Határozd meg az A és B halmazokat, ha tudjuk, hogy egyidőben teljesülnek az alábbi feltételek!

a.) $A-B=\{0,7\}$

b.) $B-A=\{3,9\}$

c.) $|A\cap B|=3$ (az $A\cap B$ halmaz elemeinek száma 3)

d.) $A\cup B$ halmaz elemeinek összege 29

3.) A matematika olimpián résztvevő 72 tanulóból 57 tanuló oldotta meg az első feladatot, 50 a másodikat, 60 a harmadik feladatot és 52 tanuló a negyedik feladatot. Mutasd ki, hogy van legkevesebb 3 olyan tanuló, aki mind a négy feladatot megoldotta!

4.) Két szám összegét, ha elosztjuk a számok különbségével, a hányados 3 a maradék pedig 2. Határozd meg a számokat, ha az egyik 2014-el nagyobb mint a másik!

Megjegyzés:

Minden feladat kötelező.

Minden feladat 10 pontot ér.

Munkaidő 2 óra.

OLIMPADA DE MATEMATICA

ETAPA LOCALĂ

23 februarie 2014

BAREM

CLASA A V-A

1.)	**Din oficiu**	**1p**
	Numărul de patru cifre este: $\overline{abc7}$	**1p**
	Numărul obținut este: $\overline{7abc}$	**1p**
	$\overline{7abc} = \overline{abc7} + 2826$	**2p**
	$7000 + \overline{abc} = \overline{abc} \cdot 10 + 7 + 2826$	**2p**
	$9 \cdot \overline{abc} = 4167$	**1p**
	$\overline{abc} = 463$	**1p**
	$a+b+c+7=20$	**1p**

2.)	**Din oficiu**	**1p**
	$A-B=\{0,7\} \Rightarrow 0,7 \in A$ și $0,7 \notin B$ (1)	**1p**
	$B-A=\{3,9\} \Rightarrow 3,9 \in B$ și $3,9 \notin A$ (2)	**1p**
	$\lvert A \cap B \rvert = 3 \Rightarrow \exists x,y,z \in A$ și $x,y,z \in B$ (3)	**1p**
	Din (1), (2), (3) rezultă $A=\{0,7,x,y,z\}$ și $B=\{3,9,x,y,z\}$	**1p**
	$A \cup B = \{0,3,7,9,x,y,z\}$	**1p**
	Din d.) avem $0+3+7+9+x+y+z=29 \Rightarrow x+y+z=10$	**1p**
	Cum din condițiile anterioare avem $x \neq y \neq z$ și $x,y,z \notin \{0,3,7,9\}$ rezultă $x,y,z \in \{1,4,5\}$	**2p**
	$A=\{0,1,4,5,7\}$ și $B=\{1,3,4,5,9\}$	**1p**

3.)	**Din oficiu**	**1p**
	Au fost rezolvate în total 57+50+60+52=219 probleme	**2p**
	Dacă fiecare elev ar fi rezolvat cel mult 3 probleme s-ar fi rezolvat în total cel mult $72 \cdot 3$=216 probleme.	**3p**
	Dar s-au rezolvat cu 219-216=3 probleme mai mult	**2p**
	Diferenţa provine din faptul că 3 elevi (cel puţin), au rezolvat toate cele 4 probleme.	**2p**

4.)	**Din oficiu**	**1p**
	Fie $a > b$ şi $a,b \in N$. Avem a+ b = 3(a-b)+2 şi	**3p**
	a=b+2014	**1p**
	2b=a+1	**2p**
	a=4029, b=2015	**3p**