**Olimpiada Națională de Matematică -etapa locală**

 **15 februarie 2015-PITEȘTI**

 **Clasa a XII-a**

**SUBIECTE:**

**1.**Să se calculeze dx , x> 0.

**2.**  Fie  un grup cu elementul neutru e si H un subgrup propriu al lui G.

i) Dacă notam  Demonstrați că 

ii) Dacă G este comutativ si  satisface  atunci  este subgrup al lui G.

 **G.M. 1986**

**3.** a) Să se calculeze 

b) Se consideră numerele reale a si b şi funcția continuă  cu proprietatea că

oricare ar fi  Să se arate că 

 **GM 10/2014**

**4.** Fie  un inel cu proprietatea că   Să se arate că :

a)   şi că A este inel comutativ;

b) dacă inelul nu are divizori ai lui zero,atunci el are cel mult două elemente.

**Notă:**

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect este notat cu 7 puncte

Timp de lucru 3 ore.

**Olimpiada Națională de Matematică- etapa Locală**

**15 februarie 2015-PITEȘTI**

**Clasa a XII-a**

**BAREM de CORECTARE si NOTARE:**

1. dx=dx--------2p

 I=dx= dx ------ -------------2p

I= dx ------------------------------------------------------------------------2p

Finalizare --------------------------------------------------------------------------------------------------------1p

 **2.** i.)---------------------------------------------------------------------------------------------------------3p

 K nevidă------------------------------------------1p ; K parte stabilă--------------------------2p

 Simetricul oricărui element din K este in K-----------------------------------------------------------------1p

 **3. a)** Obținerea rezultatului I = prin orice metodă corectă ------------------------------------4p

 **b**) Dacă a=b , atunci egalitatea este evidentă.Dacă nu , atunci se

consideră funcției g :(0;2) →g(t) = --------------------------------------------------------1p

g(t)≤ g( 1) (∀) t ∈ (0;2),deci t=1 este punct de maxim global al lui g--------------------------------------1p

Aplicarea teoremei lui Fermat şi finalizare ------------------------------------------------------------------1p

 4**. a)** i) x+x = 0 (∀)x ∈ A -------------------------------------------------------------------------------------2p

 ii) A inel comutativ (se face trecerea x→x+y in egalitatea din enunț, se obține xy= -yx (∀)x,y ∈A

 şi se aplică i)- ----------------------------------------------------------------------------------------------------2p

 **b)** xy(x+y)=+x=xy(x+y) =0 (∀) x,y∈ A-------------------------------1p

 y=1 : x(x+1)=0 (∀)x∈A şi A n-are divizori ai lui zero , -------- ------------------------------------- ------ 1p

deci card (A)≤ 2 ----------------------------------------------------------- ------------------------------------ 1p

 **Notă:**

Orice altă soluţie corectă se punctează corespunzător.