Olimpiada Naţională de Matematică
Etapa locală -14.02.2015
Clasa a IX-a M_2

Problema 1

O sală de spectacole în formă de amfiteatru are 30 de rânduri, iar pe fiecare rând sunt cu 3 locuri mai multe decât pe rândul din fața sa.Calculați câte locuri are sala , știind că pe ultimul rând sunt 117 locuri.

Problema 2

Demonstrați că numărul $N = 11^{n+2} + 12^{2n+1}$ este divizibil cu 133, oricare ar fi numărul natural $n \geq 1$.

Problema 3

Să se determine suma primilor 30 de termeni ai unei progresii geometrice , știind ca suma primilor doi termeni este egală cu 8, iar diferența dintre al doilea termen și primul termen este egală cu 4.

Problema 4

Fie $ABCD$ un dreptunghi , având lungimile laturilor $AB = 4cm$ și $AD = 3cm$ și $\{O\} = AC \cap BD$.

Determinați lungimea vectorului $\vec{v} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{AD}$.

Notă

- Timp de lucru efectiv 3 ore.
- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Pentru fiecare problemă rezolvată corect se acordă 7 puncte.

Olimpiada Naţională de Matematică
Etapa locală -14.02.2015
Clasa a IX-a M_2
Soluții și bareme

Problema 1

$n=30, r-3, a_n=a_{30}=117$ ……………………………………………………………..**2p**

$a_1+29\cdot 3=117 \Rightarrow a_1=30$ ………………………………………………………………**2p**

$S_{30}=\dfrac{(2\cdot a_1+29r)\cdot 30}{2}=2205$ locuri…………………………………………………………**3p**

Problema 2

Etapa de verificare $P(1)$ ……………………………………………………………………**2p**

Etapa de demonstrație $P(k)\to P(k+1), \forall k\in\mathbb{N}^*$ fixat ……………………………………… **5p**

Problema 3

$\begin{cases} b_1+b_2=8 \\ b_2-b_1=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1(1+q)=8 \\ b_1(q-1)=4 \end{cases}$ ……………………………………………………………………**2p**

Prin împărțirea relațiilor membru cu membru $\Rightarrow q=3$, apoi $b_1=2$ ……………………………….**3p**

$S_{30}=\dfrac{b_1(q^{30}-1)}{q-1}=3^{30}-1$...**2p**

Problema 4

Aplicăm teorema lui Pitagora în $\triangle ABC \Rightarrow AC=5$ cm…………………………………………..**1p**

Aplicăm regula paralelogramului și $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$ ……………………………………………….**2p**

$\vec{v}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{AC}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}=\dfrac{3}{2}\overrightarrow{AC}$ ………………………………………...**2p**

$\left|\vec{v}\right|=\left|\dfrac{3}{2}\overrightarrow{AC}\right|=\dfrac{3}{2}AC=\dfrac{15}{2}$ cm……………………………………………………………………**2p**