OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ

SUCEAVA

15 februarie 2015

CLASA a VII-a

1. a) (3p) Determinaţi partea întreagă a numărului $a=\dfrac{\sqrt{3}-81}{\sqrt{3}+\sqrt{3^2}+\sqrt{3^3}+...+\sqrt{3^7}}$.

b) (4p) Arătaţi că $\sqrt{2+\sqrt{2}}+\sqrt{6+\sqrt{6}}+\sqrt{12+\sqrt{12}}+...+\sqrt{210+\sqrt{210}}<119.$

2. a)(4p) Fie $x\neq -1,\ y\neq -2,\ z\neq -3$ numere raţionale, astfel încât $\dfrac{2015}{x+1}+\dfrac{2015}{y+2}+\dfrac{2015}{z+3}=2014$.

Calculaţi $\dfrac{x-1}{x+1}+\dfrac{y}{y+2}+\dfrac{z+1}{z+3}$.

b) (3p) Fie $a=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{5}+...+\dfrac{1}{2014}-\dfrac{1}{2015}$. Arătaţi că $a<1$.

3. Fie triunghiul oarecare ΔABC, N mijlocul $[AC]$, E simetricul lui B faţă de N şi P simetricul lui C faţă de B. Dacă dreapta PE intersectează laturile $[AB]$ şi $[AC]$ în punctele M, respectiv F, calculaţi raportul $\dfrac{FM}{MP}$.

4. În triunghiul dreptunghic ΔABC, M este mijlocul ipotenuzei $[BC]$, $[BP$ este bisectoarea unghiului $\sphericalangle ABM$, $P\in AM$, iar $[AQ$ este bisectoarea unghiului $\sphericalangle CAM$, $Q\in BC$. Demonstraţi că dreptele BP şi AQ sunt perpendiculare dacă şi numai dacă triunghiul ΔABC este isoscel.

Notă: **1. Toate subiectele sunt obligatorii.**

2. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7.

3. Timp de lucru 3 ore.