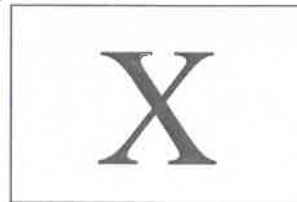




MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE
INSPECTORATUL ȘCOLAR AL JUDEȚULUI BACĂU
COLEGIUL NAȚIONAL "FERDINAND I" – BACĂU



Concursul Național de Matematică și Fizică
"Vrănceanu – Procopiu"

14 decembrie 2024

MATEMATICĂ

Problema I (10 puncte)

Fie $ABCD$ un patrulater convex și punctele $M, M_1 \in (AB)$, $P, P_1 \in (CD)$ astfel încât $\frac{MA}{MB} = \frac{PD}{PC} = k$ și

$\frac{AM_1}{BM_1} = \frac{DP_1}{CP_1} = \frac{1}{k}$, unde $k > 0, k \neq 1$. Demonstrați că $MP = M_1P_1$ dacă și numai dacă $AD = BC$.

Problema a II-a (10 puncte)

Dacă a, b, c sunt numere reale pozitive cu proprietatea că $a + b + c = 1$, demonstrați că

$$3^8 \cdot a^{3-a} \cdot b^{3-b} \cdot c^{3-c} \leq 1.$$

1. Fiecare dintre subiecte se rezolvă pe câte o foaie separată, care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele.
3. Durata probei este de 4 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.