

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ  
ETAPA LOCALĂ  
30 IANUARIE 2015

## CLASA a V-a

**Subiectul 1.** Fie suma  $S = 101 + 1001 + 10001 + \dots + \underbrace{100\dots001}_{2015 \text{ cifre}}$ .

- Aflați câte cifre are termenul din mijloc al sumei.
- Aflați câte cifre de 0 se folosesc pentru a scrie toți termenii sumei.
- Calculați suma.

**Subiectul 2.** Numărul natural  $\overline{abcd}$  are suma cifrelor egală cu 27. Arătați că  $\overline{abcd} + \overline{dcba}$  se divide cu 297.

**Subiectul 3.** Aflați numerele naturale de forma  $\overline{abc}$  știind că împărțite la  $(\overline{ab} + \overline{ac})$  dau câtul 5 și restul 5.

**Subiectul 4.** Un elev are 15 creioane roșii și 22 negre. În fiecare zi el pierde 2 creioane. Dacă pierde două creioane de același fel, în aceeași zi își mai cumpără un creion negru, iar dacă pierde un creion roșu și unul negru își mai cumpără un creion roșu.

- În a câta zi rămîne cu un singur creion?
- Ce culoare are ultimul creion ce îi mai rămîne?

**Notă:** Toate subiectele sunt obligatorii

**Timp de lucru:** 2 ore

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ**  
**ETAPA LOCALĂ**  
**30 IANUARIE 2015**

**CLASA a V-a**  
**Bareme**

**Subiectul 1.**

<b>a.</b>	Suma are 2013 termeni, deci termenul din mijloc este al 1007-lea termen și are 1009 cifre	<b>2p</b>
<b>b.</b>	Primul termen are un 0, al doilea 2 de 0, ..., ultimul are 2013 cifre de 0 $1+2+\dots+2013=2027091$ cifre de 0 se folosesc	<b>2p</b>
<b>c.</b>	$S = 100 + 1000 + \dots + \underbrace{100\dots00}_{2015 \text{ cifre}} + 2013 = \underbrace{111\dots100}_{2015 \text{ cifre}} + 2013 = \underbrace{111\dots13113}_{2011 \text{ cifre}}$	<b>3p</b>

**Subiectul 2.**

	$\overline{abcd} + \overline{dcba} = 1001a + 110b + 110c + 1001d =$	<b>2p</b>
	$= 110(a + b + c + d) + 891a + 891d = 110 \cdot 27 + 891a + 891d$	<b>3p</b>
	$= 297(10 + 3a + 3d)$ deci se divide cu 297	<b>2p</b>

**Subiectul 3.**

	$\overline{abc} = (\overline{ab} + \overline{ac}) \cdot 5 + 5$	<b>3p</b>
	$100a + 10b + c = 100a + 5b + 5c + 5$	
	$5b = 4c + 5$ deci $c = 0$ sau $c = 5$	<b>1p</b>
	Dacă $c = 0$ atunci $b = 1$ numerele sunt de forma $\overline{a10}$ a cifră nenulă	<b>1p</b>
	Dacă $c = 5$ atunci $b = 5$ numerele sunt de forma $\overline{a55}$ a cifră nenulă	<b>1p</b>
	Numerele sunt 110, 210, ..., 910, 155, 255, ..., 955	<b>1p</b>

**Subiectul 4.**

<b>a.</b>	În fiecare zi pierde 2 creioane dar cumpără 1, deci la sfârșitul zilei are cu un creion mai puțin decât în ziua precedentă. La sfârșitul zilei cu numărul 36 rămâne cu un singur creion	<b>3p</b>
<b>b.</b>	Dacă pierde 2 roșii sau 2 negre cumpără un creion negru $\Rightarrow$ numărul de creioane roșii nu se modifică sau scade cu 2 Dacă pierde unul roșu și unul negru cumpără un creion roșu $\Rightarrow$ numărul de creioane roșii nu se modifică În ambele cazuri numărul de creioane negre se modifică cu 1 (în plus sau minus) Numărul inițial de creioane roșii este 15, număr impar, deci în momentul în care mai rămâne cu 1 creion acesta este roșu	<b>4p</b>