OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
– ETAPA LOCALĂ 19.02.2016 –

CLASA A VIII-A

**Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.
Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete. Timp de lucru: 3 ore.**

1. Fie $a \in \mathbb{R}$. Demonstrați că dacă $a^{18} \in \mathbb{Q}$ și $a^{11} \in \mathbb{Q}$, atunci $a \in \mathbb{Q}$.

Manual Matematică pentru clasa a VIII-a, Dana Radu şi Eugen Radu, Editura Teora

2. Determinați valorile întregi ale lui x și y astfel încât

$$x-3y+4=0 \quad \text{și} \quad \sqrt{x^2+7y^2+8x+8y+4} \in \mathbb{Q}.$$

Olimpiadele şi concursurile de matematică V-VIII 2015, Editura Bîrchi

3. În cubul $ABCDA'B'C'D'$ considerăm Q proiecția lui D' pe $A'C$ și S proiecția lui D' pe AC'. Arătați că:

a) $A'C \perp (D'QB')$;

b) $QS \parallel (ABC)$.

Olimpiadele şi concursurile de matematică V-VIII 2015, Editura Bîrchi

4. Fie $VABCD$ o piramidă patrulateră regulată. Punctul M este mijlocul înălțimii VO, punctul N este mijlocul segmentului BM, iar $P \in [AO]$ astfel încât $AP = 3 \cdot PO$. Demonstrați că $PN \parallel (VDC)$.

Traian Preda, București, problema E:14779 GM 1/2015