



Colegiul Național „Alexandru Papiu-Ilarian”

Țirgu-Mureș, str. Bernady György, nr. 12; Tel/Fax: 0365-382331
e-mail: office@papiu.ro; web: www.papiu.ro



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
ȘI CERCETĂRII
ȘTIINȚIFICE

Concursul Interjudețean de Matematică "Alexandru Papiu-Ilarian" Ediția a XX-a, 30-31 octombrie 2015



Aprob publicarea pe site-ul
ISJ Mureș
inspector școlar general

CLASA a V-a

Nr.crt.	Numele și prenumele elevului	Școala/Liceu	P1	P2	P3	P4	TOTAL
1	Blaga Alexandra	Colegiul Național "Unirea" Țirgu-Mureș	4	7	7	3	21
2	Tompea M.G Luca	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Țirgu Mureș	5	6	7	3	20,5
3	Hurubă Teodora	Școala Gimnazială "Dacia" Țirgu Mureș	4	7	7	2	20
4	Oltean Elisa	Școala Gimnazială "Friedrich Schiller" Țirgu Mureș	7	7	2	3	19
5	Rus Ianis	Școala Gimnazială "Dacia" Țirgu Mureș	3,5	6	6	3	18,5
6	Moldovan Petra	Școala Gimnazială "Europa" Țirgu Mureș	3	7	7	1	18
7	Pețan S.I Ioana-Nicoleta	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Țirgu Mureș	3	6	7	2	18
8	Sandor Patric	Școala Gimnazială."Mihai Vitezul" Țirgu Mureș	3	6	2	6	17
9	El-Sawy Omar	Școala Gimnazială "Dacia" Țirgu Mureș	1	7	7	1	16
10	Porcutan Carla	Școala Gimnazială."Mihai Vitezul" Țirgu Mureș	4	6	1	5	16
11	Hancu Alexandru	Școala Gimnazială "Liviu Rebreanu" Țirgu Mureș	4	6,5	4	1	15,5
12	Ciocan Răzvan	Colegiul Național "Unirea" Țirgu-Mureș	4	7	3	1	15
13	Florescu Alexandra	Școala Gimnazială "Dacia" Țirgu Mureș	1	6	7	1	15
14	Fulop Ovidiu Ioan	Școala Gimnazială "Augustin Maior,, Reghin	3	6	1	5	15
15	Iurian Denisa	Școala Gimnazială "Dacia" Țirgu Mureș	3	7	2	2	14
16	Mureșan Victor	Școala Gimnazială "Dacia" Țirgu Mureș	5	5	1	3	14
17	Nemes Mara Alexandra	Școala Gimnazială "George Cosbuc" Țirgu Mureș	4	7	2	1	14
18	Cozoș C. Sebastian - Cristian	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Țirgu Mureș	3	6,5	3	1	13,5
19	Barta-Zágoni Bernadette	Liceul Teoretic „Bolyai Farkas", Țirgu Mureș	2	2	5	4	13
20	Ciurba Andrei Ioan	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Țirgu Mureș	3	7	1	2	13
21	Culda Mira Teodora	Școala Gimnazială "Augustin Maior,, Reghin	4	5	2	2	13
22	Vasiu Andreea-Roxana	Școala Gimnazială "Europa" Țirgu Mureș	4	4	3	2	13
23	Zaharie Andreea Maria	Școala Gimnazială "Augustin Maior,, Reghin	5	5	2	1	13
24	Ardeleanu Alex	Școala Gimnazială "Friedrich Schiller" Țirgu Mureș	3	7	1	1	12
25	Bajkó Eszter	Liceul Teologic Romano-Catolic	2	7	2	1	12
26	Dirjan Monica	Școala Gimnazială "George Cosbuc" Țirgu Mureș	3	2	1	6	12
27	Florea M.N Andrei Nicolae	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Țirgu Mureș	3	6	2	1	12
28	Gorea Denisa	Colegiul Național "Unirea" Țirgu-Mureș	4	5	1	2	12
29	Gramă Ruxandra Maria	Școala Gimnazială "George Cosbuc" Țirgu Mureș	3	6	1	2	12
30	Rusu M.T Mara-Cristina	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Țirgu Mureș	4	5	1	2	12
31	Trif Amalia	Colegiul Național "Unirea" Țirgu-Mureș	3	6	1	2	12
32	Șuşcă S.F David-Simion	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Țirgu Mureș	1	6,5	3	1	11,5
33	Cotușiu M.M Vlad-Marian	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Țirgu Mureș	3	5	2	1	11
34	Covaci Bianca	Școala Gimnazială "George Cosbuc" Țirgu Mureș	5	4	1	1	11
35	Fusaru Maria	Școala Gimnazială "Liviu Rebreanu" Țirgu Mureș	3	6	1	1	11
36	Horga Ioana	Colegiul Național "Unirea" Țirgu-Mureș	5	1	2	3	11
37	Réman Attila	Liceul Teoretic „Bolyai Farkas", Țirgu Mureș	2	6	2	1	11
38	Vultur Cristian	Școala Gimnazială "Alexandru Ceusianu" Reghin	3	1	1	6	11
39	Bugnar E.A Tudor	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Țirgu Mureș	1	6,5	1	2	10,5
40	Ciulei Minerva	Școala Gimnazială "George Cosbuc" Țirgu Mureș	3	5	1	1	10
41	Ugran C. Radu-Andrei	Școala Gimnazială "Liviu Rebreanu" Țirgu Mureș	1	5	2	2	10

42	Atănăsoaie Maria	Școala Gimnazială "Alexandru Ceusianu" Reghin	2	4	1	2	9
43	Ceteraș Bianca	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Tîrgu Mureș	1	1	1	6	9
44	Arion Raul Dorian	Școala Gimnazială "Liviu Rebreanu" Tîrgu Mureș	1	4	1	2	8
45	Bogdan M. Luca-Stefan	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Tîrgu Mureș	1	4	2	1	8
46	Costea Vlad	Colegiul Național "Unirea" Tîrgu-Mureș	1	5	1	1	8
47	Mărginean Georgiana	Școala Gimnazială "Liviu Rebreanu" Tîrgu Mureș	1	4	2	1	8
48	Milea G.C Alexandra-Maria	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Tîrgu Mureș	1	5	1	1	8
49	Najjar Amira Alexia	Școala Gimnazială "Augustin Maior,, Reghin	1	5	1	1	8
50	Nașca P. Mădălina Cristina	Școala Gimnazială "Liviu Rebreanu" Tîrgu Mureș	3	1	3	1	8
51	Vajda Peter	Școala Gimnazială "Europa" Tîrgu Mureș	1	5	1	1	8
52	Vunvulea D.Ștefan	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Tîrgu Mureș	1	5	1	1	8
53	Zidărescu I.Alexia-Mara	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Tîrgu Mureș	1	5	1	1	8
54	Bihari L.G Vlad-Robert	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Tîrgu Mureș	1	2	3	1	7
55	Oprea Diana	Școala Gimnazială "Liviu Rebreanu" Tîrgu Mureș	3	2	1	1	7
56	Racoți B.S Maria	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Tîrgu Mureș	1	4	1	1	7
57	Radu I.Tanian	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Tîrgu Mureș	1	4	1	1	7
58	Rusu Vlad	Școala Gimnazială "Liviu Rebreanu" Tîrgu Mureș	3	1	1	2	7
59	Sabău D. Alexandru Daniel	Școala Gimnazială "Liviu Rebreanu" Tîrgu Mureș	1	4	1	1	7
60	Săliștean O. Andreea-Lorena	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Tîrgu Mureș	3	1	1	2	7
61	Secară Călin	Colegiul Național "Unirea" Tîrgu-Mureș	1	4	1	1	7
62	Socol Florin	Școala Gimnazială "Friedrich Schiller" Tîrgu Mureș	3	1	1	2	7
63	Farkas Robert	Școala Gimnazială."Mihai Vitezul" Tîrgu Mureș	1	3	1	1	6
64	Florea D.C Tudor-Dan	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Tîrgu Mureș	1	3	1	1	6
65	Precup C Luana - Andreea	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Tîrgu Mureș	3	1	1	1	6
66	Sămărghișan Mihai	Școala Gimnazială "Liviu Rebreanu" Tîrgu Mureș	1	3	1	1	6
67	Suteu Tudor	Școala Gimnazială "George Cosbuc" Târgu Mureș	3	1	1	1	6
68	Mihály Csaba Árpád	Liceul Teologic Romano-Catolic	1	2	1	1	5
69	Miron George	Școala Gimnazială "Alexandru Ceusianu" Reghin	2	1	1	1	5
70	Pop C. Daria Cristiana	Școala Gimnazială "Liviu Rebreanu" Tîrgu Mureș	1	2	1	1	5
71	Popasav Andrei	Școala Gimnazială."Mihai Vitezul" Tîrgu Mureș	1	2	1	1	5
72	Rotariu Răzvan	Colegiul Național "Unirea" Tîrgu-Mureș	1	2	1	1	5
73	Suciu Roxana	Școala Gimnazială."Mihai Vitezul" Tîrgu Mureș	1	1	1	2	5
74	Vlad Andreea-Riana	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Tîrgu Mureș	1	2	1	1	5
75	Debreczeni Norbert	Școala Gimnazială."Mihai Vitezul" Tîrgu Mureș	1	1	1	1	4
76	Eker Emine	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Tîrgu Mureș	1	1	1	1	4
77	Mailat Alex Andrei	Școala Gimnazială "Dr. Bernady Gyorgy" Târgu Mureș	1	1	1	1	4
78	Oțel Laurențiu Gabriel	Școala Gimnazială "Liviu Rebreanu" Tîrgu Mureș	1	1	1	1	4
79	Popa Cezara Andrada	Școala Gimnazială "Liviu Rebreanu" Tîrgu Mureș	1	1	1	1	4
80	Șerban Larisa	Școala Gimnazială "Liviu Rebreanu" Tîrgu Mureș	1	1	1	1	4
81	Turceniuc Mihai	Școala Gimnazială "Tudor Vladimirescu" Tîrgu Mureș	1	1	1	1	4
82	Ureche O.Andrei-Nicolae	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Tîrgu Mureș	1	1	1	1	4
83	Cătenaș Ari	Școala Gimnazială "Friedrich Schiller" Tîrgu Mureș					absent
84	Dragan Vlad	Școala Gimnazială."Mihai Vitezul" Tîrgu Mureș					absent
85	Palko M.Răzvan Marius	Școala Gimnazială "Liviu Rebreanu" Tîrgu Mureș					absent

CLASA a VI-a

Nr.crt.	Numele și prenumele elevului	Școala/Liceu	P1	P2	P3	P4	TOTAL
1	Kacso S.Chris-Sandor	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Tîrgu Mureș	7	6	7	3	23
2	Cîmpean Mara	Școala Gimnazială ”Dacia” Tîrgu Mureș	7	6	4	4	21
3	Oprisor Mara	Școala Gimnazială ”Dacia” Tîrgu Mureș	5	7	3	5	20
4	Găbureac Diana	Școala Gimnazială ”Europa” Tîrgu Mureș	7	6	2	3	18
5	Pop Bogdan	Școala Gimnazială ”Dacia” Tîrgu Mureș	3	5	4	5	17
6	Toșa David	Colegiul Național ”Unirea” Tîrgu-Mureș	7	6	3	0	16
7	Pop Maria Alexandra	Școala Gimnazială Sâncraiu de Mureș	5	5	2	3	15
8	Avram Andrei	Școala Gimnazială ”Europa” Tîrgu Mureș	4	4	2	4	14
9	Mora Emma	Școala Gimnazială ”Dacia” Tîrgu Mureș	5	3	2	4	14
10	Pîrlea Bianca	Școala Gimnazială ”Alexandru Ioan Cuza” Tîrgu Mureș	4	5	4	1	14
11	Tudor Mihnea	Școala Gimnazială ”Dacia” Tîrgu Mureș	3	5	2	3	13
12	Candea Ana Sofia	Școala Gimnazială ”Dacia” Tîrgu Mureș	5	4	2	1	12
13	Prodan V.A Alexandra	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Tîrgu Mureș	3	5	3	1	12
14	Szilágyi Botond	Liceul Teoretic „Bolyai Farkas”, Tîrgu Mureș	1	6	4	1	12
15	Duca F.O Mara-Antonia	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Tîrgu Mureș	5	3	2	1	11
16	Mare G.Bogdan Rareș	Școala Gimnazială ”Liviu Rebreanu” Tîrgu Mureș	1	6	4	0	11
17	Piri Szilvia Iyabela	Școala Gimnazială ”Europa” Tîrgu Mureș	1	3	4	3	11
18	Fodor Alexandru	Școala Gimnazială ”Liviu Rebreanu” Tîrgu Mureș	2	5	2	1	10
19	Linca I.Silviu	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Tîrgu Mureș	3	4	2	1	10
20	Pușcaș Adelina	Școala Gimnazială ”Liviu Rebreanu” Tîrgu Mureș	2	5	2	1	10
21	Somfălean Rares	Școala Gimnazială Sâncraiu de Mureș	4	3	2	1	10
22	Toma George	Școala Gimnazială ”Europa” Tîrgu Mureș	5	2	2	1	10
23	Vultur Mihai-Andrei	Școala Gimnazială ”Tudor Vladimirescu” Tîrgu Mureș	1	3	5	1	10
24	Furnea C Bianca Ioana	Școala Gimnazială ”Liviu Rebreanu” Tîrgu Mureș	4	2	2	1	9
25	Hadăr Amanda Vivienne	Școala Gimnazială ”Tudor Vladimirescu” Tîrgu Mureș	2	4	2	1	9
26	Kis Anita	Liceul Teoretic „Bolyai Farkas”, Tîrgu Mureș	3	2	3	1	9
27	Lázár Balázs	Liceul Teologic Romano-Catolic	1	4	4	0	9
28	Roman Horațiu	Școala Gimnazială ”Liviu Rebreanu” Tîrgu Mureș	0	5	3	1	9
29	Siminar.A Alexia-Teodora	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Tîrgu Mureș	2	4	2	1	9
30	Vlad Antonia	Școala Gimnazială ”Tudor Vladimirescu” Tîrgu Mureș	0	6	2	1	9
31	Zurgalău Rareș	Școala Gimnazială ”Tudor Vladimirescu” Tîrgu Mureș	1	4	3	1	9
32	Albert Gyozo-Elod	Școala Gimnazială ”Liviu Rebreanu” Tîrgu Mureș	2	4	2	0	8
33	Apas Sevda Yasemin	Școala Gimnazială ”Augustin Maior,, Reghin	1	3	2	2	8
34	Benő Ákos	Liceul Teologic Romano-Catolic	1	4	2	1	8
35	Moldovan Andrei Gabriel	Școala Gimnazială ”Augustin Maior,, Reghin	1	4	1	2	8
36	Moldovan Maria	Școala Gimnazială ”Friedrich Schiller” Tîrgu Mureș	2	1	4	1	8
37	Naste Antonia	Școala Gimnazială ”Europa” Tîrgu Mureș	3	2	0	3	8
38	Negrea Catalin	Școala Gimnazială ”Romulus Guga” Târgu Mureș	2	3	2	1	8
39	Oltean Rareș	Școala Gimnazială ”Dr. Bernady Gyorgy” Târgu Mureș	1	5	1	1	8
40	Popa Maria Denisa	Școala Gimnazială ”Liviu Rebreanu” Tîrgu Mureș	0	4	3	1	8
41	Stoica Natalia Bianca	Școala Gimnazială ”Dacia” Tîrgu Mureș	2	4	2	0	8
42	Tătărașu Oana	Școala Gimnazială ”Liviu Rebreanu” Tîrgu Mureș	3	2	2	1	8
43	Biro Georgiana	Școala Gimnazială ”George Cosbuc” Târgu Mureș	2	2	2	1	7
44	Conțiu H.V Rafael-Hadrian	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Tîrgu Mureș	2	2	2	1	7
45	Joarză Iulia	Școala Gimnazială ”Alexandru Ceusianu” Reghin	1	4	1	1	7
46	Roman Daria	Școala Gimnazială ”Romulus Guga” Târgu Mureș	1	3	2	1	7
47	Suciu M. Anda-Maria	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Tîrgu Mureș	1	2	3	1	7

48	Șomfălean Antonia	Școala Gimnazială "Tudor Vladimirescu" Tîrgu Mureș	1	2	4	0	7
49	Tălmăcean V.C Mihnea	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Tîrgu Mureș	1	4	2	0	7
50	Farcaș Georgiana Cezara	Școala Gimnazială " Mirona" Reghin	1	3	1	1	6
51	Hanc Deian-Andrei	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Tîrgu Mureș	1	3	2	0	6
52	Oancea Maia Li	Școala Gimnazială "Friedrich Schiller" Tîrgu Mureș	1	3	1	1	6
53	Pantea L.Mara	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Tîrgu Mureș	1	2	2	1	6
54	Popa Cornelia	Școala Gimnazială "George Cosbuc" Tîrgu Mureș	1	3	1	1	6
55	Tatar Maria	Școala Gimnazială "George Cosbuc" Tîrgu Mureș	1	2	2	1	6
56	Ungur Alexandrina	Școala Gimnazială Sâncraiu de Mureș	3	0	2	1	6
57	Buga Daria	Școala Gimnazială "Friedrich Schiller" Tîrgu Mureș	1	0	3	1	5
58	Kocsis Helen	Școala Gimnazială "Liviu Rebreanu" Tîrgu Mureș	1	2	2	0	5
59	Lirca Carla Georgiana	Școala Gimnazială Sâncraiu de Mureș	1	0	1	3	5
60	Moldovan Paula	Școala Gimnazială "Europa" Tîrgu Mureș	1	2	2	0	5
61	Năznean Raul-Ovidiu	Școala Gimnazială "Tudor Vladimirescu" Tîrgu Mureș	1	3	1	0	5
62	Nicoară N.Vlad-Nicolae	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Tîrgu Mureș	1	2	1	1	5
63	Sava Mihnea	Școala Gimnazială "Dr. Bernady Gyorgy" Tîrgu Mureș	2	0	2	1	5
64	Stoica G.F Andreea-Maria	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Tîrgu Mureș	2	2	1	0	5
65	Șandru Kara Medeea	Școala Gimnazială "Tudor Vladimirescu" Tîrgu Mureș	0	4	1	0	5
66	Achim Andrada	Școala Gimnazială "George Cosbuc" Tîrgu Mureș	2	0	1	1	4
67	Butnar Dragoș	Colegiul Național "Unirea" Tîrgu-Mureș	2	2	0	0	4
68	Ciuca Ramon	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Tîrgu Mureș	0	1	2	1	4
69	Deac Gabriel	Școala Gimnazială "Romulus Guga" Tîrgu Mureș	2	0	1	1	4
70	Dulău Bianca	Școala Gimnazială "Dr. Bernady Gyorgy" Tîrgu Mureș	2	0	2	0	4
71	Marton Andreea	Școala Gimnazială "George Cosbuc" Tîrgu Mureș	2	0	2	0	4
72	Moldovan Laurențiu	Școala Gimnazială "Tudor Vladimirescu" Tîrgu Mureș	0	3	1	0	4
73	Muntean David-Emilian	Școala Gimnazială "Tudor Vladimirescu" Tîrgu Mureș	1	1	1	1	4
74	Radu A.L Diana	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Tîrgu Mureș	2	0	2	0	4
75	Sipos Karina	Școala Gimnazială "George Cosbuc" Tîrgu Mureș	1	0	2	1	4
76	Suciu Daria	Școala Gimnazială "Friedrich Schiller" Tîrgu Mureș	0	3	1	0	4
77	Sut Sorana	Școala Gimnazială "George Cosbuc" Tîrgu Mureș	1	0	2	1	4
78	Szabo Irinel	Școala Gimnazială "Liviu Rebreanu" Tîrgu Mureș	0	2	1	1	4
79	Tanțoș Cătălina	Școala Gimnazială "Alexandru Ioan Cuza" Tîrgu Mureș	1	0	2	1	4
80	Tokes Robert	Școala Gimnazială "Europa" Tîrgu Mureș	0	2	2	0	4
81	Turcu Darius	Școala Gimnazială "George Cosbuc" Tîrgu Mureș	2	0	1	1	4
82	Domit A.V Alexandru-Adrian	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Tîrgu Mureș					absent
83	Farcaș Vlad	Școala Gimnazială "George Cosbuc" Tîrgu Mureș					absent
84	Florea L.Tudor	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Tîrgu Mureș					absent
85	Ignat C.V Dragoș-Mihai	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Tîrgu Mureș					absent

CLASA a VII-a

Nr.crt.	Numele și prenumele elevului	Școala/Liceu	P1	P2	P3	P4	TOTAL
1	Degeu Vlad	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Tîrgu Mureș	7	4	7	2	20
2	Borsan Alexandra	Școala Gimnazială ”Dacia” Tîrgu Mureș	7	7	1	1	16
3	Ciuchina Szabo Raluca	Școala Gimnazială ”Dacia” Tîrgu Mureș	7	1	5	1	14
4	Iliescu Alexia	Școala Gimnazială ”Dacia” Tîrgu Mureș	7	2	3	1	13
5	Ardelean Alexandra	Școala Gimnazială ”Romulus Guga” Târgu Mureș	7	1	3	1	12
6	Mătea Augustin Ioan	Școala Gimnazială ”Europa” Tîrgu Mureș	7	1	3	1	12
7	Racoți Stelian	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Tîrgu Mureș	7	1	2	1	11
8	Crișan Ioana	Colegiul Național ”Unirea” Tîrgu-Mureș	3	1	1	1	6
9	Morar Horea	Școala Gimnazială ”Dr. Bernady Gyorgy” Târgu Mureș	1	1	3	1	6
10	Moldovan Sorana	Școala Gimnazială ”Romulus Guga” Târgu Mureș	2	1	1	1	5
11	Nemeș Magda	Colegiul Național ”Unirea” Tîrgu-Mureș	2	1	1	1	5
12	Șamșudean Larisa	Colegiul Național ”Unirea” Tîrgu-Mureș	2	1	1	1	5
13	Baciu Andrei Marian	Școala Gimnazială Nazna	1	1	1	1	4
14	Bădin Dragoș	Școala Gimnazială ”Alexandru Ceusianu” Reghin	1	1	1	1	4
15	Buzan O. Roxana Cătălina	Școala Gimnazială ”Liviu Rebreanu” Tîrgu Mureș	1	1	1	1	4
16	Cioca-Ionescu Filomela Anamaria	Școala Gimnazială ”Tudor Vladimirescu” Tîrgu Mureș	1	1	1	1	4
17	Conțiu A. Antonia	Școala Gimnazială ”Liviu Rebreanu” Tîrgu Mureș	1	1	1	1	4
18	Flanja Tudor	Școala Gimnazială ”Romulus Guga” Târgu Mureș	1	1	1	1	4
19	Gyorke Tudor Francisc	Școala Gimnazială ”Augustin Maior,, Reghin	1	1	1	1	4
20	Iancu Silvia Alessandra	Școala Gimnazială ”Alexandru Ceusianu” Reghin	1	1	1	1	4
21	Ilovan Mara	Școala Gimnazială ”Alexandru Ceusianu” Reghin	1	1	1	1	4
22	Imre Tamás	Liceul Teoretic „Bolyai Farkas”, Tîrgu Mureș	1	1	1	1	4
23	Loghin Claudiu	Școala Gimnazială ”Dr. Bernady Gyorgy” Târgu Mureș	1	1	1	1	4
24	Luca Alexandra Lorena	Școala Gimnazială ”Tudor Vladimirescu” Tîrgu Mureș	1	1	1	1	4
25	Musat Alin	Școala Gimnazială ”Dacia” Tîrgu Mureș	1	1	1	1	4
26	Onac C. Denisa Cristiana	Școala Gimnazială ”Liviu Rebreanu” Tîrgu Mureș	1	1	1	1	4
27	Pașcu Claudia Andreea	Școala Gimnazială Nazna	1	1	1	1	4
28	Tarcău Andra	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Tîrgu Mureș	1	1	1	1	4
29	Csetri Maria	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Tîrgu Mureș					absent
30	Șerban Sebastian	Școala Gimnazială ”Dr. Bernady Gyorgy” Târgu Mureș					absent

CLASA a VIII-a

Nr.crt.	Numele și prenumele elevului	Școala/Liceu	P1	P2	P3	P4	TOTAL
1	Oprea Tereza Emilia	Școala Gimnazială „Mihai Vitezul” Tîrgu Mureș	7	7	7	7	28
2	Florea Ciprian	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Tîrgu Mureș	7	7	5	7	26
3	Huciu Iris Diana	Școala Gimnazială „Dacia” Tîrgu Mureș	7	4	7	7	25
4	Oprea Florin Octavian	Școala Gimnazială „Augustin Maior”, Reghin	7	7	6	1	21
5	Sîrbu Vlad	Școala Gimnazială „Europa” Tîrgu Mureș	7	7	5	1	20
6	Cojocariu Vicențiu	Colegiul Național „Unirea” Tîrgu-Mureș	7	3	7	1	18
7	Horga Miruna	Colegiul Național „Unirea” Tîrgu-Mureș	7	3	5	1	16
8	Marcu Horea Radu	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Tîrgu Mureș	7	3	4	1	15
9	Morar Crina Maria	Școala Gimnazială „Mihai Vitezul” Tîrgu Mureș	7	1	6	1	15
10	Szabó Dóra-Renáta	Liceul Teoretic „Bolyai Farkas”, Tîrgu Mureș	7	1	6	1	15
11	Vultur Irina	Școala Gimnazială „Alexandru Ceusianu” Reghin	7	3	4	1	15
12	Racheriu Nicolae	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Tîrgu Mureș	5	7	1	1	14
13	Ceontea Vlad	Școala Gimnazială „Liviu Rebreanu” Tîrgu Mureș	3	2	1	7	13
14	Mózsa Attila	Liceul Teoretic „Bolyai Farkas”, Tîrgu Mureș	7	2	2	1	12
15	Radu Darius Răzvan	Școala Gimnazială „Alexandru Ioan Cuza” Tîrgu Mureș	6	1	4	1	12
16	Șuteu Nicola	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Tîrgu Mureș	6	2	3	1	12
17	Urzică Teodora	Școala Gimnazială „Tudor Vladimirescu” Tîrgu Mureș	7	2	2	1	12
18	Colceriu Carmen	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Tîrgu Mureș	4	3	3	1	11
19	Kis Imre David	Școala Gimnazială „Mihai Vitezul” Tîrgu Mureș	6	2	2	1	11
20	Lacatus Arpad Alex	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Tîrgu Mureș	5	3	2	1	11
21	Marc Dalia Aurelia	Școala Gimnazială „Nicolae Bălcescu” Tîrgu Mureș	5	1	2	3	11
22	Feșteu Cătălin	Școala Gimnazială „Alexandru Ioan Cuza” Tîrgu Mureș	7	1	1	1	10
23	Jakab Etele	Liceul Teoretic „Bolyai Farkas”, Tîrgu Mureș	3	1	4	1	9
24	Creța Cristian	Școala Gimnazială „Liviu Rebreanu” Tîrgu Mureș	3	3	1	1	8
25	Coșarcă Ioan	Școala Gimnazială „Tudor Vladimirescu” Tîrgu Mureș	3	1	1	1	6
26	Coroș Emil	Școala Gimnazială „Liviu Rebreanu” Tîrgu Mureș	2	1	1	1	5
27	Moldovan Radu	Școala Gimnazială „Dr. Bernady Gyorgy” Târgu Mureș	1	1	1	1	4
28	Simedrea Mara	Școala Gimnazială „Dacia” Tîrgu Mureș					absent

CLASA a IX-a

Nr.crt.	Numele și prenumele elevului	Școala/Liceu	P1	P2	P3	P4	TOTAL
1	Petridean V.L. Andrei	Colegiul Național "Emil Racoviță" Cluj-Napoca	5	7	7	7	26
2	Tîrlișan Ioan Paul Petru	Colegiul Național „George Coșbuc” Bistrița Năsăud	7	3	7	7	24
3	Crișan D.R. Dragoș	Colegiul Național "Emil Racoviță" Cluj-Napoca	7	0	7	7	21
4	Mercea Ioana	Colegiul Național „Gheorghe Șincai", Baia Mare	4	7	2	7	20
5	Măcean Marius	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian", Tîrgu Mureș	0	7	2	7	16
6	Vlasiu Flavius	Colegiul Național „Unirea" Tîrgu Mureș	1	0	5	7	13
7	Péter István	Colegiul Național „Márton Áron", Miercurea Ciuc	3	0	1	7	11
8	Hirsch E. Alexandra	Colegiul Național "Emil Racoviță" Cluj-Napoca	2	0	1	7	10
9	Mureșan Alexandru	Colegiul Național „Gheorghe Șincai", Baia Mare	4	0	1	7	12
10	Purcar David	Colegiul Național „Unirea" Tîrgu Mureș	2	0	1	7	10
11	Vasiliu Dragoș	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian", Tîrgu Mureș	2	0	1	7	10
12	Moldovan Ioana Ilinca	Colegiul Național „Liviu Rebreanu" Bistrița Năsăud	6	0	3	0	9
13	Ile G. George Daniel	Colegiul Național "Emil Racoviță" Cluj-Napoca	2	0	2	3	7
14	Pop Bogdan Petru	Colegiul Național "Silvania" Zalău	2	0	1	3	6
15	Greab Alex	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian", Tîrgu Mureș	3	0	2	0	5
16	Stoica Tudor	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian", Tîrgu Mureș	3	0	2	0	5
17	Bischin Maria	Colegiul Național „Gheorghe Lazăr", Sibiu	3	0	1	0	4
18	Costea Alexandra	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian", Tîrgu Mureș	2	0	2	0	4
19	Popa-Müller Victor-Dávid	Liceul Teoretic „Bolyai Farkas", Tîrgu Mureș	1	3	0	0	4
20	Istrate Tamara	Colegiul Național „Unirea" Tîrgu Mureș	1	0	2	0	3
21	Kozman Botond	Colegiul Național „Márton Áron", Miercurea Ciuc	1	0	2	0	3
22	Bindila Adrian-Ioan	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian", Tîrgu Mureș	1	0	1	0	2
23	Birtocian Ada	Liceul Teoretic "Avram Iancu" Cluj-Napoca	1	0	1	0	2
24	Moldovan Cristian	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian", Tîrgu Mureș	1	0	1	0	2
25	Pilcă Tudor	Liceul Tehnologic „Petru Maior" Reghin	1	0	1	0	2
26	Potcoavă Carla	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian", Tîrgu Mureș	1	0	1	0	2
27	Turcas Andrei	Colegiul Național "Silvania" Zalău	1	0	1	0	2
28	Chiorean Cristian	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian", Tîrgu Mureș	1	0	0	0	1
29	Feier Teodora	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian", Tîrgu Mureș	1	0	0	0	1
30	Grama Mălina	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian", Tîrgu Mureș	1	0	0	0	1
31	Micliuc Daniel	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian", Tîrgu Mureș	1	0	0	0	1
32	Neghină Dragoș	Colegiul Național "Silvania" Zalău	1	0	0	0	1
33	Rancz Máté	Liceul Teoretic „Márton Áron", Miercurea Ciuc	0	0	1	0	1
34	Suciu Bogdan	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian", Tîrgu Mureș	0	0	0	0	0
35	Deac Alex Claudiu	Colegiul Național „George Coșbuc" Bistrița Năsăud					absent
36	Ferencz Dániel	Liceul Teoretic „Bolyai Farkas", Tîrgu Mureș					absent

CLASA a X-a

Nr.crt.	Numele și prenumele elevului	Școala/Liceu	P1	P2	P3	P4	TOTAL
1	Blaga Bogdan	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Tîrgu Mureș	7	7	7	6	27
2	Gyorgy-Spiridon E.E. Maria	Colegiul Național ”Emil Racoviță” Cluj-Napoca	7	5	7	1	20
3	Tenie Anda Sorana	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Tîrgu Mureș	4	6	7	2	19
4	Moga Radu Nicolae	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Tîrgu Mureș	6,5	4	4,5	2	17
5	Lucaciu Sergiu	Colegiul Național „Gheorghe Șincai”, Baia Mare	7	7	0,5	2	16,5
6	Szakács Zoltán	Liceul Teoretic „Bolyai Farkas”, Tîrgu Mureș	7	3	3,5	2	15,5
7	Hagău Iulian	Colegiul Național „Gheorghe Șincai”, Baia Mare	7	7	0,5	0	14,5
8	Puskás Dávid	Liceul Teoretic „Bolyai Farkas”, Tîrgu Mureș	7	1	3,5	2	13,5
9	Bartis Zsolt	Liceul Teoretic „Márton Áron”, Miercurea Ciuc	7	4	0	1	12
10	Ciurba Andrei	Liceul Tehnologic „Petru Maior” Reghin	5	5	0	2	12
11	Hilbert Dennis	Colegiul Național „Unirea” Tîrgu Mureș	7	0	3	2	12
12	Petres Sára	Liceul Teoretic „Márton Áron”, Miercurea Ciuc	2	7	0	3	12
13	Pușcașu Iulia	Colegiul Național Andrei Mureșanu Dej	3	5	1	2	11
14	Tomuț Voicu	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Tîrgu Mureș	1	2	6	2	11
15	Marian Ruxandra	Liceul Teoretic “Avram Iancu” Cluj-Napoca	5	2	1,5	2	10,5
16	Schram István	Liceul Teoretic „Tamási Áron”, Odorheiul Secuiesc	3	5	0	2	10
17	Crișan Diana	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Tîrgu Mureș	2	3	0,5	3	8,5
18	Bor Andreea	Liceul Tehnologic „Petru Maior” Reghin	7	1	0	0	8
19	Mocan Paula	Colegiul Național ”Silvania” Zalău	2	1	1	1	5
20	Șerbănați Bogdan	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Tîrgu Mureș					absent

CLASA a XI-a

Nr.crt.	Numele și prenumele elevului	Școala/Liceu	P1	P2	P3	P4	TOTAL
1	Crăciun N. Maria-Nicoleta	Colegiul Național "Emil Racoviță" Cluj-Napoca	7	7	7	6	27
2	Vințan Radu	Colegiul Național „Samuel Von Brukenthal”, Sibiu	7	2	5	6	19,5
3	Oprea Maria	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Tîrgu Mureș	7	1	6	4	18
4	Buna-Mărginean Alex	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Tîrgu Mureș	3	4,5	5	4,5	17
5	Sântejudean Tudor	Colegiul Național „Gheorghe Șincai”, Baia Mare	0	5,5	5	5	15,5
6	Luca Bogdan	Colegiul Național „Gheorghe Lazăr”, Sibiu	1,5	3	5	4	13,5
7	Rus Raul Octavian	Liceul Teoretic „Andrei Barseanu” Târnăveni	3,5	3	0	6	12,5
8	Timoce T. Alexandra	Colegiul Național "Emil Racoviță" Cluj-Napoca	0	2,5	5	5	12,5
9	Hanțig F. Bianca Amalia	Colegiul Național "Emil Racoviță" Cluj-Napoca	3,5	1	4,5	3	12
10	Megiesan Sergiu	Colegiul Național „I.I. Micu Clain”, Blaj	0,5	3	5	3	11,5
11	Baja Zsolt	Liceul Teoretic „Tamási Áron”, Odorheiu Secuiesc	0	0	5	6	11
12	Căldărea Cristian Daniel	Colegiul Național „George Coșbuc” Bistrița Năsăud	0	0	5	5,5	10,5
13	Harhoi Radu	Colegiul Național „Unirea" Tîrgu Mureș	0	0	5	5	10
14	Totos Gyorgy	Colegiul Național "Silvania" Zalău	0	2	4	4	10
15	Veresezan Claudiu	Liceul Teoretic "Avram Iancu" Cluj-Napoca	0	0	5	5	10
16	Demeter Hunor	Liceul Teoretic „Tamási Áron”, Odorheiu Secuiesc	2,5	0	1	6	9,5
17	Iosif Andrei	Colegiul Național „Gheorghe Șincai”, Baia Mare	0	2,5	2	5	9,5
18	Nicușan Andrei	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Tîrgu Mureș	1,5	0	2,5	4,5	8,5
19	Sabou Alexandru Mihai	Colegiul Național "Silvania" Zalău	0	1,5	2	4	7,5
20	Stroia Vlad Daniel	Liceul Teoretic „Andrei Barseanu” Târnăveni	1	0	1	5	7
21	Băjan Vlad	Colegiul Național „Unirea" Tîrgu Mureș	0	0	2	3	5
22	Axinie Răzvan	Colegiul Național „George Coșbuc” Bistrița Năsăud	0	0	3	1	4
23	Vancea Andra Laura	Colegiul Național "Mihai Viteazul" Turda	0,5	0	1,5	2	4
24	Irimie Marius	Colegiul Agricol „Traian Săvulescu", Tîrgu Mureș	0	0	0	1	1
25	Szabó Ágnes Kriszta	Liceul Teoretic „Bolyai Farkas", Tîrgu Mureș					absent

CLASA a XII-a

Nr.crt.	Numele și prenumele elevului	Școala/Liceu	P1	P2	P3	P4	TOTAL
1	Matei Cristian	Colegiul Național „Samuel Von Brukenthal”, Sibiu	7	7	7	2	23
2	Cuibus V.C. Mihnea Vlad	Colegiul Național ”Emil Racoviță” Cluj-Napoca	7	7	7	1	21,5
3	Sabau Vlad-Vasile	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Tîrgu Mureș	6	7	7	0	20
4	Cotan Paul	Colegiul Național „Gheorghe Șincai”, Baia Mare	6	7	5	0	18
5	Florea Catalin	Colegiul Național „Al.Papiu Ilarian”, Tîrgu Mureș	4	3	7	2	16
6	Sütő Ágoston	Liceul Teoretic „Bolyai Farkas”, Tîrgu Mureș	7	3	4	0	14
7	Butnar Adrian	Colegiul Național „Gheorghe Șincai”, Baia Mare	2	4	7	0	13
8	Mihali G. Claudiu Adrian	Colegiul Național ”Emil Racoviță” Cluj-Napoca	1	7	3	1	12
9	Ile G. Andrei-Gabriel	Colegiul Național ”Emil Racoviță” Cluj-Napoca	2	7	0	1	10
10	Oprea Camelia	Colegiul Național „Samuel Von Brukenthal”, Sibiu	4	3	1	0	8
11	Toader Vlad	Colegiul Național „Samuel Von Brukenthal”, Sibiu	3	4	0	0	7
12	Szabo Alexandru	Liceul Tehnologic „Petru Maior” Reghin	3	2	0	0	5
13	Faur Bianca Ioana	Colegiul Național ”Mihai Viteazul” Turda	1	3	0	0	4
14	Bodian Bianca	Colegiul Național ”Silvania” Zalău	1	1	1	0	3
15	Cuș Paul-Gabriel	Colegiul Național ”Mihai Viteazul” Turda	1	1	1	0	3
16	Hanc Bogdan-Ioan	Colegiul Național ”Mihai Viteazul” Turda	2	1	0	0	3
17	Stuparu Delia Georgiana	Liceul Tehnologic „Petru Maior” Reghin	1	2	0	0	3
18	Moldovan Ana Maria	Colegiul Național ”Silvania” Zalău	0	1	0	0	1



Colegiul Național
„Alexandru Papiu-Ilarian”
Târgu-Mureș

“*Per aspera ad astra!*”

Concursul Interjudețean de Matematică “Alexandru Papiu-Ilarian”

Ediția a XX-a, 30–31 octombrie 2015

CLASA A IX-A

Problema 1. Să se determine numerele naturale n pentru care există numere naturale a, b, c astfel ca:

$$\left[\frac{a+b}{c} \right] + \left[\frac{b+c}{a} \right] + \left[\frac{c+a}{b} \right] = n.$$

Problema 2. Fie ABC un triunghi ascuțitunghic, X, Y, Z puncte variabile pe segmentele BC, CA, AB și T un punct variabil în plan. Să se determine valoarea minimă a sumei

$$S(X, Y, Z, T) = TA + TB + TC + TX + TY + TZ$$

în funcție de laturile triunghiului.

Problema 3. Fie $a, b, c \in \mathbb{R}_+^*$ cu $a + b + c = 3$. Demonstrați că:

- i) $ab + bc + ca \geq 3\sqrt{abc}$;
- ii) $a^2 + b^2 + c^2 + 6 \leq 3 \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$.

Problema 4. Fie a un număr real nenul cu proprietatea că numerele $a^4 + \frac{1}{a^4}$ și $a^5 + \frac{1}{a^5}$ sunt numere raționale. Să se arate că $a^{45} + \frac{1}{a^{45}}$ este număr rațional.

Fiecare problemă se notează cu puncte de la 0 la 7. Nu se acordă puncte din oficiu.

Timp de lucru: 3 ore.

Succes!



Colegiul Național
„Alexandru Papiu-Ilarian”
Târgu-Mureș

“Per aspera ad astra!”

Concursul Interjudețean de Matematică “Alexandru Papiu–Ilarian”

Ediția a XX-a, 30–31 octombrie 2015

CLASA A X-A

Problema 1. Fie $(a_n)_{n \geq 1}$ o progresie aritmetică de numere naturale nenule cu $a_3 = 21$. Să se determine valoarea minimă, respectiv valoarea maximă a sumei $a_{a_1} + a_{a_2} + a_{a_3} + a_{a_4} + a_{a_5}$.

Problema 2. Să se determine numere naturale $n \geq 2$ care verifică inegalitatea:

$$n < \sqrt{n} + \sqrt[3]{n} + \sqrt[4]{n}.$$

Problema 3. Pe parabola de ecuație $y = ax^2 + bx + c$, $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$ se consideră punctele A_k de abscisă $k \in \mathbb{Z}$.

a) Să se arate că centrele de greutate G_k ale triunghiurilor $A_{k-1}A_kA_{k+1}$, $k \in \mathbb{Z}$, se află pe o altă parabolă.

b) Să se arate că triunghiurile $A_{k-1}A_kA_{k+1}$ au aceeași arie pentru orice $k \in \mathbb{Z}$.

Problema 4. Fie a, b, c, d numere pozitive cu proprietățile:

$$a^2 + b^2 = c^2 + d^2 \quad \text{și} \quad a^2 + d^2 - \sqrt{2}ad = b^2 + c^2 + \sqrt{2}bc.$$

Să se determine raportul $\frac{ab + cd}{ad + bc}$.

Fiecare problemă se notează cu puncte de la 0 la 7. Nu se acordă puncte din oficiu.
Timp de lucru: 3 ore.

Succes!



Colegiul Național
„Alexandru Papiu-Ilarian”
Târgu-Mureș

“*Per aspera ad astra!*”

Concursul Interjudețean de Matematică “Alexandru Papiu-Ilarian”

Ediția a XX-a, 30–31 octombrie 2015

CLASA A XI-A

Problema 1. Fie n un număr impar și $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$, n permutări ale mulțimii $\{1, 2, \dots, n\}$. Să se arate că dacă

$$\sigma_i = (a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in}), \quad i = \overline{1, n} \text{ și } a_{ij} = a_{ji}, \quad \forall i, j = \overline{1, n}$$

atunci $(a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn})$ este o permutare a mulțimii $\{1, 2, \dots, n\}$.

Problema 2. Se consideră două matrice inversabile $A, B \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ cu proprietatea că matricea $A + B$ este inversabilă și are loc relația

$$(A + B)^{-1} = A^{-1} + B^{-1}.$$

- Să se arate că $\det(A + B) = \det A$.
- Rămâne adevărată concluzia a) dacă $A, B \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C})$?

Problema 3. Să se determine numărul matricelor $A \in \mathcal{M}_2(\{1, 2, \dots, p-1\})$ cu proprietatea că matricea A^2 are toate elementele divizibile cu p , unde $p \geq 2$ este un număr prim.

Problema 4. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} -|x + 1|, & x < 0 \\ x^2, & x \geq 0 \end{cases}$$

și definim prin recurență șirul $(a_n)_n$, $a_{n+1} = f(a_n)$, $n \in \mathbb{N}$.

Să se studieze monotonia, mărginirea sau periodicitatea șirului pentru $a_0 \in \mathbb{R}$.

Fiecare problemă se notează cu puncte de la 0 la 7. Nu se acordă puncte din oficiu.

Timp de lucru: 3 ore.

Succes!



Colegiul Național
„Alexandru Papiu-Ilarian”
Târgu-Mureș

“Per aspera ad astra!”

Concursul Interjudețean de Matematică “Alexandru Papiu–Ilarian”

Ediția a XX-a, 30–31 octombrie 2015

CLASA A XII-A

Problema 1. Să se determine funcțiile derivabile $f : (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$ care verifică relațiile:

$$f(1) = 3 \quad \text{și} \quad f' \left(\frac{x}{y} \right) = \left(\frac{f(y)}{f(x)} \right)^2, \quad \forall x, y \in (0, \infty).$$

Problema 2. Pe \mathbb{R} se consideră legea de compoziție

$$x * y = |x - y|, \quad x, y \in \mathbb{R}.$$

a) Să se studieze proprietățile acestei legi pe mulțimea $[0, \infty)$: asociativitate, element neutru, elemente inversabile.

b) Să se determine mulțimile finite $A \subset \mathbb{R}$ care sunt stabile la legea ”*”.

Problema 3. Să se determine funcțiile $f : (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$ care admit primitivă $F : (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$ și verifică relația:

$$f(x)F \left(\frac{1}{x} \right) = \frac{1}{x}, \quad \forall x > 0.$$

Problema 4. Fie S o mulțime nevidă, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$, un număr natural fixat și ”.” o lege de compoziție asociativă pe S cu proprietățile:

1. $x^{n+1} = x, \forall x \in S$;
2. $xy^n x = yx^n y, \forall x, y \in S$.

Demonstrați că legea ”.” este comutativă pe S . Dați un exemplu de structură (S, \cdot) cu proprietățile din enunț, pentru care $|S| \geq 5$ și care nu are element neutru.

Fiecare problemă se notează cu puncte de la 0 la 7. Nu se acordă puncte din oficiu.

Timp de lucru: 3 ore.

Succes!



CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ

“Alexandru Papiu Ilarian”

30-31.10.2015

EDIȚIA a XX-a

Barem de corectare

Clasa a V-a

Subiectul I

a) Diferența a două numere este 3. Aflați numerele, știind că unul dintre ele este cu 11 mai mic decât triplul celuilalt.

b) Determinați a, b, c numere naturale, știind că $5a + 3b = 57$, $ac = 72$ iar $bc = 108$.

Soluție

a) $a - b = 3$

$$a = 3b - 11 \dots\dots\dots(1p)$$

$$3b - 11 - b = 3 \Rightarrow b = 7, a = 10 \dots\dots\dots(2p)$$

b) $5ac = 360$ și $3bc = 324 \dots\dots\dots(1p)$

$$5ac + 3bc = 684, c(5a + 3b) = 684 \dots\dots\dots(2p)$$

$$c = 12, a = 6, b = 9 \dots\dots\dots(1p)$$

Subiectul II

Fie șirul 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4,..... .

a) Aflați termenii de pe locul 99, 124.

b) Calculați suma primilor 201 termeni.

Soluție

a) Se observă că termenii șirului sunt identici pe câte trei poziții.

$$a_1 = a_2 = a_3 = 1 \quad \text{termenii se identifică după regula } 3:3=1$$

$$a_4 = a_5 = a_6 = 2 \quad \text{termenii se identifica după regula } 6:3=2$$

$$a_7 = a_8 = a_9 = 3 \quad \text{termenii se identifică după regula } 9:3=3$$

$$\dots\dots\dots(1p)$$

$$a_{99} = 99 : 3 = 33 \quad (1p)$$

Observăm că $124 : 3 = 41$ rest 1, deci termenul a_{124} este primul termen dintr-o serie de trei termeni, $a_{124} = a_{125} = a_{126} = 126 : 3 = 42$ (2p)

b) Termenul al 201-lea este egal cu $201 : 3 = 67$. (1p)

$$S = 1 \cdot 3 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 3 + 4 \cdot 3 + \dots + 67 \cdot 3 = 3 \cdot (1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 67) = 6834. \quad (2p)$$

Subiectul III

Aflați toate numerele de forma \overline{abca} pentru care are loc relația: $3 \cdot \overline{ab} = 5 \cdot \overline{ca}$.



Soluție: ultima cifră a numărului $5 \cdot \overline{ca}$ este 0 sau 5 deci (2p)

1. Dacă a este cifră pară atunci $b=0$ (1p)

Avem: $a = 2$ avem $3 \cdot 20 = 5 \cdot 12$ deci $c = 1$

$a = 4$ avem $3 \cdot 40 = 5 \cdot 24$ deci $c = 2$

$a = 6$ avem $3 \cdot 60 = 5 \cdot 36$ deci $c = 3$

$a = 8$ avem $3 \cdot 80 = 5 \cdot 48$ deci $c = 4$ (1p)

2. Dacă a este cifră impară atunci $b = 5$ (1p)

$a = 1$ avem $3 \cdot 15 = 5 \cdot 9$ nu convine

$a = 3$ avem $3 \cdot 35 = 5 \cdot 21$ nu convine

$a = 5$ avem $3 \cdot 55 = 5 \cdot 33$ nu convine

$a = 7$ avem $3 \cdot 75 = 5 \cdot 45$ nu convine

$a = 9$ avem $3 \cdot 95 = 5 \cdot 57$ nu convine (1p)

deci: soluția: $\overline{abca} \in \{2012, 4024, 6036, 8048\}$ (1p)

Subiectul IV

Suma a două numere este 6047. Împărțind primul număr la al doilea și apoi pe al doilea la primul, obținem de fiecare dată aceeași sumă dintre cât și rest, aceasta fiind cu 2015 mai mică decât unul dintre numere. Aflați numerele.

Soluție:

Fie $a > b$, $a + b = 6047 \Rightarrow b = 6047 - a < a$ (1p)

$a = b \cdot c + r$, $r < b$ (1p)

$b = a \cdot q + R$, $R < a$ (1p)

Cum $a > b \Rightarrow q = 0 \Rightarrow b = R = 6047 - a$ (1p)

$c + r = q + R = a - 2015 \Rightarrow R = a - 2015$ (1p)

$\Rightarrow a - 2015 = 6047 - a$ (1p)

$\Rightarrow a = 4031$; $b = 2016$ (1p)



CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ

„Alexandru Papiu Ilarian”

30-31.10.2015

EDIȚIA a XX-a

Barem de corectare

Clasa a VI-a

Subiectul I.

- a) Arătați că numărul $12^{n+2} - 3^n \cdot 2^{2n+2} + 72^n : 6^n + 3 \cdot 9^{n+1} \cdot 4^n : 3^n$ este divizibil cu 2016, oricare ar fi n număr natural.

Soluție:

Se scrie numărul de forma $12^n(12^2 - 4 + 1 + 27) = 12^n \cdot 168$ 2p

$= 12^{n-1} \cdot 168 \cdot 12 = 12^{n-1} \cdot 2016$ divizibil cu 2016.....1p

- a) Determinați numărul prim a și $n \in \mathbb{N}^*$ astfel încât:

$$a^{2n} - 4 = 3(4 + 4^2 + 4^3 + \dots + 4^{2015})$$

Soluție:

$a^{2n} - 4 = (4 - 1) \cdot 4 + (4 - 1) \cdot 4^2 + \dots + (4 - 1)4^{2015}$ 2p

$a^{2n} - 4 = 4^{2016} - 4$ 1p

Finalizare $a = 2$ și $n = 2016$ sau $a = 4$, $n = 1008$, dar a prim deci $a = 2$, $n = 2016$ 1p

Subiectul II.

Un număr natural de forma \overline{abc} , scris în baza 10, cu $a + 6b + 5c = 45$ se numește **număr PAPIU 2015**.

- a) Stabiliți dacă numărul 235 se numește **PAPIU 2015**.

- b) Aflați toate numerele **PAPIU 2015**.

Soluție:

- a) $2 + 18 + 25 = 45$ verifică relația.....2p

- b) $a + 6b + 5c = 45 \Leftrightarrow (a + b) + 5(b + c) = 45$, propoziție adevărată

$\Leftrightarrow a + b \in M_5 = \{0, 5, 10, 15, 20, \dots, 5k\}$, $k \in \mathbb{N}$ 1p

$a + b = 0 \Rightarrow a = b = 0$ (fals)

$a + b = 5 \Rightarrow \overline{abc} \in \{144, 235, 326, 417, 508\}$

$a + b = 10 \Rightarrow \overline{abc} \in \{370, 461, 552, 643, 734, 825, 916\}$ 3p

$a + b = 15 \Rightarrow \overline{abc} \in \{960\}$

$a + c = 20$, egalitate imposibilă pentru că a și c sunt cifre și valoarea maximă a sumei $a + b$ poate fi 18.....1p

Subiectul III.

Pe o dreaptă se consideră punctele A, B, C, D și E în această ordine, astfel încât $AB = BC$ și $2CD = DE$. Fie M mijlocul segmentului $[BD]$ și N mijlocul segmentului $[CD]$. Dacă $BM = 20$ cm și $AN = 6,5$ dm, calculați lungimile segmentelor $[AD]$ și $[BE]$.

Soluție:

Notăm lungimile $AB = BC = x$ și $CD = y, DE = 2y$, deci $BD = x + y$ și $BM = \frac{x + y}{2}$,
de unde $x + y = 40$ 3p
Obținem apoi $CN = \frac{y}{2}$ și $AN = 2x + \frac{y}{2} = 65 \Rightarrow x = 30$ cm și $y = 10$ cm.....2p
 $AD = 2x + y = 70, BE = x + 3y = 60$ cm.....2p

Subiectul IV

a) Scrieți numărul 6^{2012} ca sumă dintre un pătrat perfect și un cub perfect.

Soluție:

$6^{2012} = 6^2 \cdot 6^{2010} = 36 \cdot 6^{2010}$ 1p
 $= (9 + 27) \cdot 6^{2010} = 3^2 \cdot 6^{2010} + 3^3 \cdot 6^{2010}$ 1p
 $= (3 \cdot 6^{1005})^2 + (3 \cdot 6^{670})^3$, deci $(3 \cdot 6^{1005})^2$ este pătrat perfect iar $(3 \cdot 6^{670})^3$ este cub perfect1p.

a) Fie a și b două numere naturale astfel încât 7 divide $2a + 3b$.

Arătați că 7 divide $4a^2 + 5b^2$.

(Gazeta Matematică 9/2015)

Soluție:

$7 \mid (2a + 3b) \Rightarrow 7 \mid 2a \cdot (2a + 3b) \Rightarrow 7 \mid (4a^2 + 6ab)$ (1).....1p
 $7 \mid (2a + 3b) \Rightarrow 7 \mid 3b \cdot (2a + 3b) \Rightarrow 7 \mid (6ab + 9b^2)$ (2).....1p
Din (1) și (2) rezultă că $7 \mid (4a^2 - 9b^2)$, dar1p
 $7 \mid 14b^2$, deci 7 divide suma celor două numere
 $\Rightarrow 7$ divide $4a^2 + 5b^2$ 1p

Comparăm ΔDQA cu ΔCGB , congruente (LUL) și de aici $QA = GB$ (1p)

b) $m(\sphericalangle DAQ) = 45^\circ$ și de aici $m(\sphericalangle CBG) = 45^\circ$, deci BG este bisectoarea $\sphericalangle CAB$, iar cum ΔABE este isoscel avem că BG este dreapta suport a înălțimii, deci BG și AE sunt perpendiculare. (2p)

QG și DC sunt paralele, deci QG și BC sunt perpendiculare (1p)

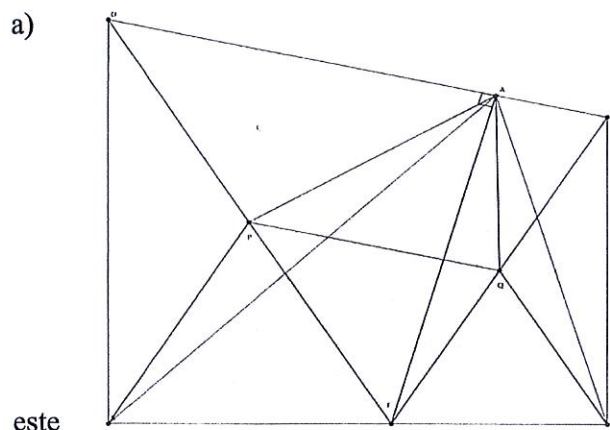
G ortocentrul ΔEBQ , deci EG și QB sunt perpendiculare (1p)

Subiectul IV

a) Fie patrulaterul convex $ABCD$ în care $m(\sphericalangle A) = m(\sphericalangle C) = 90^\circ$. Să se demonstreze că centrul cercului circumscris triunghiului ΔABC este mijlocul segmentului (DB) .

b) Fie triunghiul ΔABC . Bisectoarea exterioară unghiului $\sphericalangle A$ intersectează perpendicularele în B și C pe BC în D , respectiv E . Fie P și Q centrele cercurilor circumscrise triunghiurilor ΔABD , respectiv ΔACE . Demonstrați că $PQ \parallel DE$.

Soluție:



este centrul cercului circumscris triunghiului ABC este mijlocul segmentului (DB) . (2p)

Fie O mijlocul segmentului (DB) . Cum triunghiurile ABD și CDB sunt dreptunghice, iar (AO) și (CO) sunt medianele corespunzătoare ipotenuzei (DB) , rezultă că $OA = \frac{1}{2}DB = OB$ și $OC = \frac{1}{2}DB = OB$, deci $OA = OB = OC$. Astfel, obținem că O este centrul cercului circumscris triunghiului ABC . Cum centrul cercului circumscris unui triunghi unic, rezultă că centrul cercului circumscris triunghiului ABC este mijlocul segmentului (DB) . (2p)

b) Fie F piciorul bisectoarei interioare corespunzătoare unghiului A . Având în vedere că bisectoarea interioară și cea exterioară a unui unghi sunt perpendiculare, rezultă că $m(\sphericalangle DAF) = 90^\circ$. (1p)

În patrulaterul $ADBF$, $m(\sphericalangle DAF) = 90^\circ$ și $m(\sphericalangle DBF) = 90^\circ$, iar P este centrul cercului circumscris triunghiului ADB . Folosind rezultatul de la subpunctul precedent, rezultă că P este mijlocul segmentului (DF) . (2p)

Analog se demonstrează că Q este mijlocul triunghiului (EF) . (1p)

Astfel, în triunghiul DFE , P este mijlocul segmentului (DF) , iar Q este mijlocul segmentului (EF) , deci (PQ) este linie mijlocie. În concluzie, $PQ \parallel DE$. (1p)



CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ
“Alexandru Papiu Ilarian”
30-31.10.2015
EDIȚIA a XX-a
Barem de corectare
Clasa a VIII-a

Subiectul I

a) Demonstrați că $|2x - 10| + |2x + 11| = 21$, pentru $\forall x \in [-5; 5]$.

b) Determinați $x \in [-5; 5]$ pentru care $\frac{|x-8|}{|2x-10|+|2x+11|} = \frac{1}{7}$

Barem:

a) $x \in [-5; 5] \Rightarrow -20 \leq 2x - 10 \leq 0 \dots\dots\dots (1p)$
 $\Rightarrow |2x - 10| = 10 - 2x \dots\dots\dots ..(1p)$
 $1 \leq 2x + 11 \leq 21 \dots\dots\dots (1p)$
 $\Rightarrow |2x + 11| = 2x + 11 \dots\dots\dots (1p)$
 $|2x - 10| + |2x + 11| = 21 \dots\dots\dots (1p)$

b) $\frac{|x-8|}{21} = \frac{1}{7} \Leftrightarrow |x - 8| = 3 \dots\dots\dots (1p)$
 Se obțin soluțiile $x \in \{5, 11\}$, dar convine doar $x = 5$. $\dots\dots\dots(1p)$

Subiectul II

Arătați că dacă $xyz = 1$, atunci are loc inegalitatea $(2x + 4)(9y + 1)(5z + 2) \geq 96\sqrt{5}$.

Barem:

a) Direct.....(2p)

b) Folosim inegalitatea mediilor $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2} \dots\dots\dots (1p)$

obținem $2x + 4 \geq 2\sqrt{2x \cdot 4}$
 $9y + 1 \geq 2\sqrt{9y \cdot 1}$
 $5z + 2 \geq 2\sqrt{5z \cdot 2} \dots\dots\dots (2p)$

Înmulțim relațiile și ținem cont de faptul că $xyz = 1$
 $\Rightarrow (2x + 4)(9y + 1)(5z + 2) \geq 96\sqrt{5} \dots\dots\dots (2p)$

Subiectul III

Fie $ABCD$ un pătrat de latură $AB = a$ și punctele M și N situate de o parte și de alta a planului pătratului, fiecare la distanța a de vârfurile pătratului.

- a) Arătați că planele (MAB) și (NCD) sunt paralele.
- b) Aflați măsura unghiului dreptelor MA și NB .

Barem:

a) Fie $AC \cap BD = \{O\}$. Deoarece $MA = MB = MC = MD \Rightarrow pr_{(ABC)}M = \{O\} \dots\dots\dots 1p$
 Din $MO \perp (ABC)$, $NO \perp (ABC)$ obținem M, O, N coliniare.
 $\Delta MAC \equiv \Delta NAC (L.L.L.) \Rightarrow MO = NO. \dots\dots\dots 1p$

Atunci patrulateralele $AMCN$ și $BMDN$ sunt paralelograme deoarece diagonalele lor se înjumătățesc.

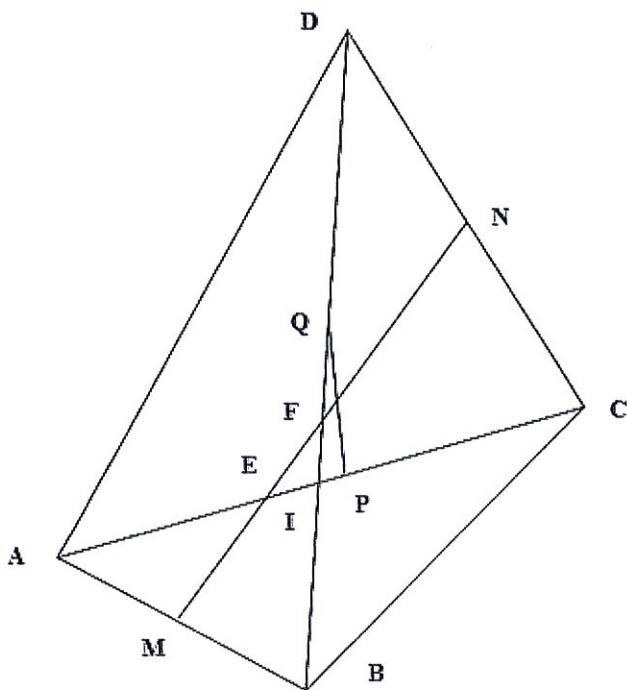
- Obținem $AM \parallel CN$, iar $AM \subset (AMB), CN \subset (NDC)$ 1p
 Din ipoteză avem $AB \parallel CD$, iar $AB \subset (ABM), CD \subset (NCD)$ 1p
 AM, AB concurente, CN, CD concurente $\Rightarrow (MAB) \parallel (NCD)$ 1p
 b) Din a) avem $MA \parallel CN$. Atunci $m(\sphericalangle (MA, NB)) = m(\sphericalangle (CN, NB)) = m(\sphericalangle CNB) = 60^\circ$,
 deoarece $\triangle CBN$ este echilateral 2p

Subiectul IV

În patrulaterul $ABCD$ bimediana MN (M – mijlocul lui AB , N – mijlocul lui CD) intersectează diagonalele AC și BD în E , respectiv F . Fie P și Q mijloacele diagonalelor AC , respectiv BD .

Arătați că $\frac{IE}{IF} = \frac{PE}{QF}$, unde $\{I\} = AC \cap BD$.

(Gazeta Matematică 9/2015)



Barem:

În $\triangle ABI$, aplică Teorema lui Menelaus, cu transversala $M-E-F$:

$$\frac{AM}{MB} \cdot \frac{BF}{FI} \cdot \frac{IE}{EA} = 1 \dots\dots\dots 1p$$

$$\text{deci } \frac{BF}{FI} \cdot \frac{IE}{EA} = 1 \Leftrightarrow \frac{IE}{FI} = \frac{EA}{BF} \quad (1)$$

..... 1p

În $\triangle DIC$, aplică Teorema lui Menelaus, cu transversala $N-F-E$:

$$\frac{DN}{NC} \cdot \frac{CE}{EI} \cdot \frac{IF}{FD} = 1 \dots\dots\dots 1p$$

$$\text{Deci } \frac{CE}{EI} \cdot \frac{IF}{FD} = 1, \Leftrightarrow \frac{CE}{FD} = \frac{IE}{IF} \quad (2). \quad 1p$$

Din relațiile (1) și (2) rezultă că

$$\frac{AE}{BF} = \frac{CE}{FD} = \frac{IE}{IF}, \text{ deci } \frac{AE}{CE} = \frac{BF}{DF} \Rightarrow$$

$$\frac{AE}{AE + CE} = \frac{BF}{BF + DF} \Rightarrow \dots\dots\dots 1p$$

$$\frac{AE}{AC} = \frac{BF}{BD} \Rightarrow \frac{AE}{2AP} = \frac{BF}{2BQ} \Rightarrow \frac{AE}{AP} = \frac{BF}{BQ} \Rightarrow \frac{AE}{AP - AE} = \frac{BF}{BQ - BF} \Rightarrow \dots\dots\dots 1p$$

$$\frac{AE}{PE} = \frac{BF}{QF} \Rightarrow \frac{AE}{BF} = \frac{PE}{QF}, \text{ iar din relația (1) rezultă că } \frac{IE}{IF} = \frac{PE}{QF}. \dots\dots\dots 1p$$



CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ

„Alexandru Papiu Ilarian”

30-31.10.2015

EDIȚIA a XX-a

Barem de corectare

Clasa a VII-a

Subiectul I

a) Arătați că:
$$\frac{n-1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n} = \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1)} - \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n}.$$

b) Rezolvați ecuația

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{2}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{3}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} + \dots + \frac{x}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (x+1)} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2015 - 1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2015}.$$

Soluție:

a)
$$\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1)} - \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n} = \frac{n}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n} - \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n} = \frac{n-1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n}$$
 (2p)

b) Pentru fiecare fracție se folosește relația de la punctul a)

$$\frac{1}{1 \cdot 2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{1 \cdot 2}$$
 (2p)

$$\frac{2}{1 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{1}{1 \cdot 2} - \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3}$$

$$\frac{3}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} - \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}$$

...

$$\frac{x}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (x+1)} = \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot x} - \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (x+1)}$$

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{1 \cdot 2} - \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (x+1)} = 1 - \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (x+1)} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (x+1) - 1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (x+1)}$$
 (2p)

Deci avem ecuația (2p)

$$\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (x+1) - 1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (x+1)} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2015 - 1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2015} \Rightarrow x + 1 = 2015 \Rightarrow x = 2014$$
 (1p)

Subiectul II

Dacă x și y sunt numere naturale nenule, iar z este un număr natural impar, arătați că fracția $\frac{x(x+1)(x+2)(x+3)}{25^y + 23^z}$ se simplifică printr-un număr mai mare decât 20.

(Gazeta Matematică nr. 12/2013)

Soluție:

$x(x+1)(x+2)(x+3)$ este un produs de 4 numere consecutive, deci este divizibil cu 3 (1p)

Dacă $x = 4k \Rightarrow x(x+1)(x+2)(x+3) = 4k(4k+1)(4k+2)(4k+3) = 8k(4k+1)(2k+1)(4k+3)$, divizibil cu 8.

Dacă $x = 4k+1 \Rightarrow x(x+1)(x+2)(x+3) = (4k+1)(4k+2)(4k+3)(4k+4) = 8(4k+1)(2k+1)(4k+3)(k+1)$, divizibil cu 8.

Dacă $x = 4k+2 \Rightarrow x(x+1)(x+2)(x+3) = (4k+2)(4k+3)(4k+4)(4k+5) = 8(2k+1)(4k+3)(k+1)(4k+5)$, divizibil cu 8.

Dacă $x = 4k+3 \Rightarrow x(x+1)(x+2)(x+3) = (4k+3)(4k+4)(4k+5)(4k+6) = 8(4k+3)(k+1)(4k+5)(2k+3)$, divizibil cu 8.

(2p)

Cum 3 și 8 sunt numere prime între ele rezultă că numărătorul este divizibil cu 24. (1p)

$25^y + 23^z = (24+1)^y + (24-1)^z = M_{24} + 1 + M_{24} - 1 = M_{24}$ (deoarece z este impar) (2p)

Deoarece numărătorul și numitorul fracției se divid prin 24, care este mai mare decât 20, rezultă că fracția se simplifică printr-un număr mai mare decât 20. (1p)

Subiectul III

Se dă dreptunghiul $ABCD$, $AB > BC$, construim punctul E , astfel încât $E \in (BC$ iar măsura unghiului $\sphericalangle EAB$ este de 45° . Dacă $AE \cap DB = \{Q\}$, iar paralela prin Q la DC intersectează diagonala AC în punctul G , demonstrați că:

- $QA = GB$
- EG și QB sunt perpendiculare.

Soluție:

- Notăm $AC \cap DB = \{O\}$, dacă QG și DC sunt paralele, atunci $m(\sphericalangle CDQ) = m(\sphericalangle GQO)$ și de asemenea $m(\sphericalangle DCG) = m(\sphericalangle QGO)$ dar cum $m(\sphericalangle CDQ) = m(\sphericalangle DCG)$ avem ΔOQG și ΔODC sunt isoscele, iar de aici $DQ = GC$ și $OQ = OG$ (2p)