



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 21 FEBRUARIE 2016

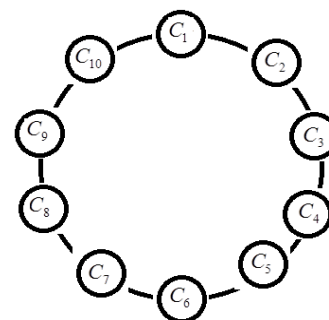
Clasa a VII-a

Problema 1. Fie a și b numere raționale pozitive. Arătați că:

- a) dacă $a\sqrt{7 \cdot 2016} + b \in \mathbb{Q}$, atunci $a = b = 0$;
b) $a\sqrt{2017 - 2\sqrt{2016}} - b\sqrt{2020 - 4\sqrt{2016}} \in \mathbb{Q}$ dacă și numai dacă $a = b$;

Diana Stanciu, Ulmeni

Problema 2. Fiecare din numerele 1, 2, 3, ..., 10 trebuie scris în unul din cercurile numite $C_1, C_2, C_3, \dots, C_{10}$ (vezi desenul alăturat) astfel încât oricare ar fi cinci cercuri consecutive, suma numerelor scrise în aceste cercuri să fie un număr divizibil cu 5. Câte variante diferite de scriere a numerelor în cercuri există? (Două variante sunt diferite dacă în unul dintre cercurile $C_1, C_2, C_3, \dots, C_{10}$ sunt scrise numere diferite)



Gabriela Ruse și Gheorghe Stoianovici, Călărași

Problema 3. Se consideră triunghiul ABC și punctele D, E astfel încât $D \in (AC), E \in (AB)$, astfel încât semidreapta (BD) este bisectoarea unghiului $\sphericalangle ABC$ iar semidreapta (CE) este bisectoarea unghiului $\sphericalangle ACB$. Dacă paralela prin punctul D la dreapta CE intersectează dreapta AB în punctul F , paralela prin punctul E la dreapta BD intersectează dreapta AC în punctul G , $BD \cap CE = \{N\}$ și $DF \cap EG = \{P\}$, atunci:

- a) Demonstrați că $FG \parallel DE$ dacă și numai dacă $AB = AC$.
b) Dacă $AB = AC$, atunci demonstrați că patrulaterul $PDNE$ este romb.
c) Există un triunghi ABC astfel încât, în ipotezele date, rombul $PDNE$ este pătrat? (justifică răspunsul)

Adrian Olaru, Călărași

Problema 4. Se consideră triunghiul ABC și punctul $D \in (BC)$, astfel încât semidreapta (AD) este bisectoarea unghiului $\sphericalangle BAC$. Dacă paralela prin punctul B la dreapta AD intersectează paralela prin punctul A la dreapta BC în punctul M , $N \in (BC \setminus (BC))$ este punctul cu proprietatea $[BD] \equiv [CN]$ și punctul P este simetricul punctului A față de punctul D , atunci:

- a) demonstrați că patrulaterul $AMCN$ este paralelogram;
b) $AD = BC \Leftrightarrow CM \perp NP$.

Stelică Pană, Chirnogi și Sorin Furtună, Călărași

SUCCES!

Problemele au fost selectate și prelucrate de prof. Gheorghe Stoianovici

Baremul de notare este : **Problema 1.** a) 4 puncte; b) 3 puncte; **Problema 2.** 7 puncte; **Problema 3.** a) 3 puncte; b) 2 puncte; c) 2 puncte; **Problema 4.** a) 2 puncte; b) 5 puncte.