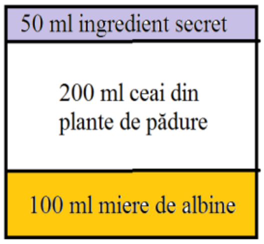
OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALA – 21 FEBRUARIE 2016

Clasa a VI-a

Problema 1. Ana își pregătește în fiecare dimineață o băutură miraculoasă în felul următor: toarnă într-un vas gradat, care are capacitatea de 350 ml, 100 ml de miere de albine, după care toarnă 200 ml de ceai din plante de pădure, amestecă bine, apoi completează cu 50 ml dintr-un lichid care este ingredientul secret și amestecă din nou (*vezi desenul alăturat*). În această dimineață nu a fost atentă când a adăugat ceaiul și a turnat până s-a umplut vasul, dar fără să verse pe jos. Bună matematiciană, a calculat rapid ce cantitate trebuie să verse din amestec și care este cantitatea de miere care trebuie adăugată pentru ca, la final, după ce toarnă 50 ml din ingredientul secret să obțină băutura după rețeta stabilită, singura care are efect.



a) Dacă băutura miraculoasă conține $p\%$ ingredient secret, arată că $14,2 < p < 14,3$.

b) Determină cantitatea de amestec care trebuie vărsată.

Gheorghe Stoianovici, Călărași

Problema 2. Într-o urnă sunt 20 de bile numerotate de la 1 la 20. Cristina extrage două bile și le dă câte o bilă prietenelor ei, Delia și Maria.

a) Ce număr ar trebui să primească Delia pentru ca acesta să aibă un singur divizor?

b) Ce număr ar trebui să primească Maria pentru ca acesta să aibă cinci divizori?

c) Cristina le spune celor două fete: ”Numărul Deliei este mai mic decât numărul Mariei, dar ambele numere au același număr de divizori.”. După ce se uită ce scrie pe bila ei Delia spune: ”Nu știu numărul Mariei.”, apoi Maria spune: ”Cu informațiile date de Cristina, nu am știut numărul Deliei, dar acum îl știu.”. Care sunt numerele scrise pe bilele primite de Cristina și Delia?

Adriana Constantin, Călărași

Problema 3. Se consideră numărul natural 2016.

a) Găsește două numere prime p și q cu proprietate $2^p - 2^q = 2016$.

b) Demonstrați că orice mulțime care conține 2016 numere naturale, admite o submulțime care are suma elementelor divizibilă cu 2016.

Florin Marcu, Călărași

Problema 4. Se consideră triunghiul ABC ascuțit unghic și punctele D, E astfel încât $D \in (BC)$, $E \in (DC)$, semidreapta $(AD$ este bisectoarea unghiului $\sphericalangle BAE$ și semidreapta $(AE$ este bisectoarea unghiului $\sphericalangle DAC$. Dacă F este simetricul punctului D față dreapta AB și G este simetricul punctului E față dreapta AC, atunci demonstrați că $[EF] \equiv [DG]$.

Viorica Stoianovici, Călărași

SUCCES!

Problemele au fost selectate și prelucrate de prof. Gheorghe Stoianovici

Baremul de notare este : Problema 1. a) 3 puncte; b) 4 puncte; **Problema 2. a)** 2 puncte; **b)** 2 puncte; **c)** 3 puncte; **Problema 3.** a) 3 puncte; b) 4 puncte; **Problema 4.** 7 puncte.

Str. Sloboziei, nr. 28, 910001
Mun. Călărași, Jud. Călărași
Tel: +40 0242 315 949
Fax: +40 0242 312 810
www.isj.cl.edu.ro