Problema 1. Nişte oscilaţii … serioase

La capătul unui resort ideal având constanta elastică k şi lungimea nedeformată ℓ_0 este suspendat un platan cu masa M. Se cunoaşte acceleraţia gravitaţională g.

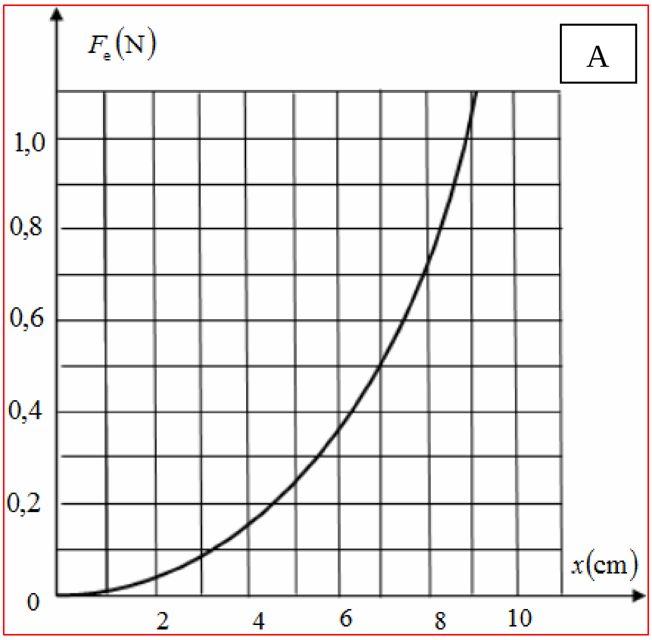
a) Se aşează pe platan, fără şoc, un corp cu masa m. Din poziţia de echilibru platanul este coborât pe verticală, pe distanţa D, apoi este lăsat liber. Determinaţi viteza corpului de masă m în momentul desprinderii sale de pe suprafaţa platanului.

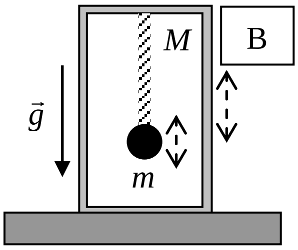
b) Se înlătură corpul de pe platan. Dintr-un punct aflat deasupra punctului de suspensie al resortului la înălţimea H, cade liber o bilă cu masa m. Considerând că bila ciocneşte plastic platanul în centrul acestuia, când platanul este în poziţia de echilibru, determinaţi amplitudinea oscilaţiilor verticale ale sistemului format din platan şi corp. Se neglijează înălţimea platanului.

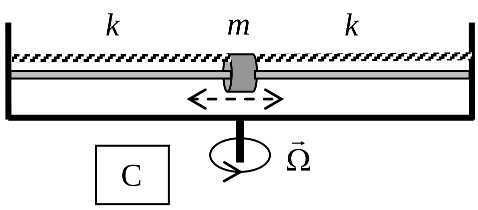
Problema 2. Oscilații armonice …și un pic jucăușe

A. Pendulul elastic. Desenul din figura alăturată A reprezintă graficul dependenței forței elastice dintr-un resort, în funcție de alungirea acestuia, $F_e(x)$.

a) *Să se determine* perioada oscilațiilor mici ale unui corp, a cărui masă este $m = 60\,\text{g}$, suspendat de acest resort. Se cunoaște accelerația gravitațională, $g \approx 10\,\text{m/s}^2$.







B. Cutia jucăușă! O cutie paralelipipedică cu masa M se află în repaus pe suprafața orizontală a unei mese, așa cum indică desenul B din figura alăturată. În interiorul cutiei, un corp cu masa m, suspendat de un resort elastic, oscilează cu perioada T. Verticala punctului de suspensie al resortului trece prin centrul de greutate al cutiei.

---

1. Fiecare dintre problemele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unei probleme, elevul are dreptul să rezolve cerinţele în orice ordine.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare problemă se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

b) *Să se determine* amplitudinea minimă a oscilațiilor corpului suspendat, astfel încât cutia să se ridice de pe suprafața mesei. Se cunoaște accelerația gravitațională, *g*.

C. Mufa oscilantă. Dispozitivul reprezentat în desenul C din figura alăturată conține o mufă cu masa $m = 0{,}2\,\text{kg}$, care poate aluneca fără frecare pe o tijă orizontală. Mufa este prinsă de capetele a două resorturi identice, fiecare cu constanta de elasticitate $k = 10\,\text{N/m}$. Întregul dispozitiv se rotește în jurul axului vertical care trece prin mijlocul tijei orizontale cu viteza unghiulară constantă $\Omega = 4{,}4\,\text{rad/s}$.

c) *Atunci când întregul dispozitiv se rotește, să se determine*: 1) perioada oscilațiilor mufei efectuate de-a lungul tijei orizontale, dacă în poziția de echilibru resorturile sunt nedeformate; 2) perioada oscilațiilor mufei în cazul în care, în poziția de echilibru, cele două resorturi sunt comprimate/alungite; 3) valorile lui Ω pentru care mufa nu oscilează.

Problema 3. Cilindrii … jucăuşi

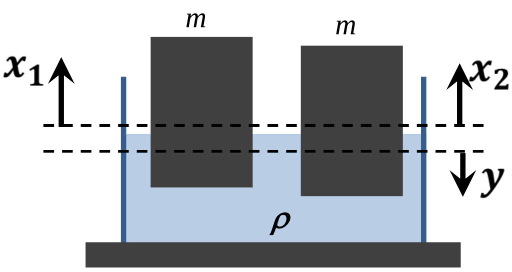
1. Două flotoare cilindrice, identice, de secţiune s şi de masă m oscilează în apa dintr-un recipient de secţiune S. Flotoarele îşi menţin poziţia verticală la orice moment de timp. Poziţia flotoarelor, la un moment dat, este indicată prin deplasarea lor verticală x_1 pentru primul flotor, respectiv x_2, pentru al doilea flotor, măsurate în raport cu poziţia lor de echilibru. Se cunosc: densitatea apei ρ şi acceleraţia gravitaţională g. Se neglijează forţele de tensiune superficială şi efectele frecării cu apa.

a) Deduceţi ecuaţiile care descriu mişcarea celor două flotoare. Se admite că suprafaţa liberă a lichidului este permanent orizontală.

b) Determinaţi pulsaţiile proprii ale corpurilor pentru modurile de oscilaţie posibile şi identificaţi pentru care din expresiile pulsaţiilor găsite, oscilaţiile flotoarelor sunt simetrice (corpurile se mişcă în acelaşi sens), respectiv antisimetrice (corpurile se mişcă în sensuri opuse);

c) Deduceţi condiţia necesară pentru ca flotoarele să aibă un singur mod de oscilaţie.

d) Să se deducă legea de variaţie în timp a nivelului liber al apei din recipient, dacă la $t = 0\,\text{s}$, deplasările flotoarelor faţă de poziţia de echilibru sunt $x_1 = x_{10}$, $x_2 = x_{20}$, flotoarele fiind eliberate din repaus.

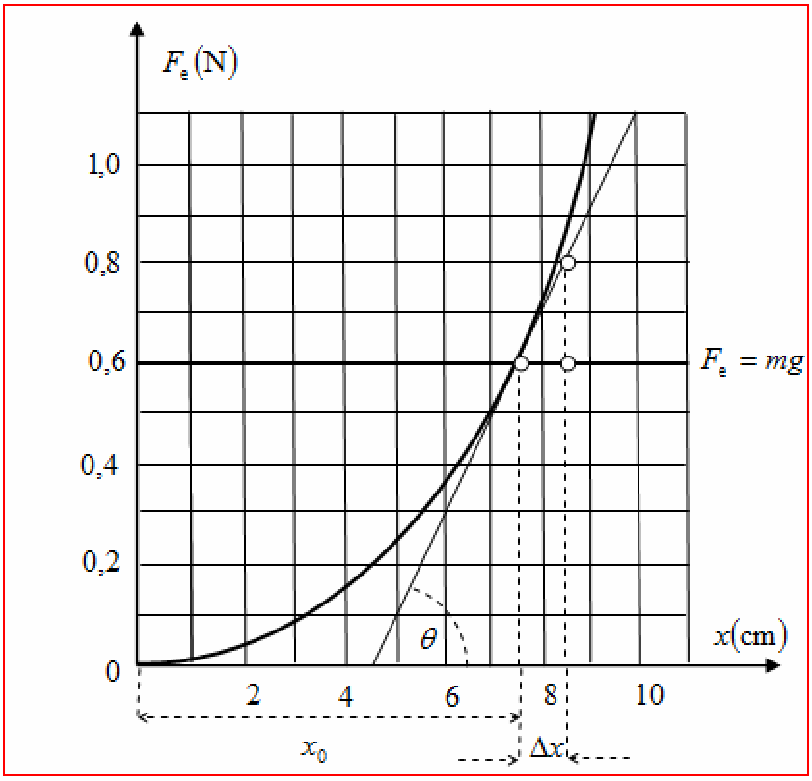


Subiect propus de
***Prof. Florina Bărbulescu** CNEE, Bucureşti*
Prof. dr. Mihail Sandu, Călimăneşti
***Prof. Ion Toma**, C.N. Mihai Viteazul Bucuresti*

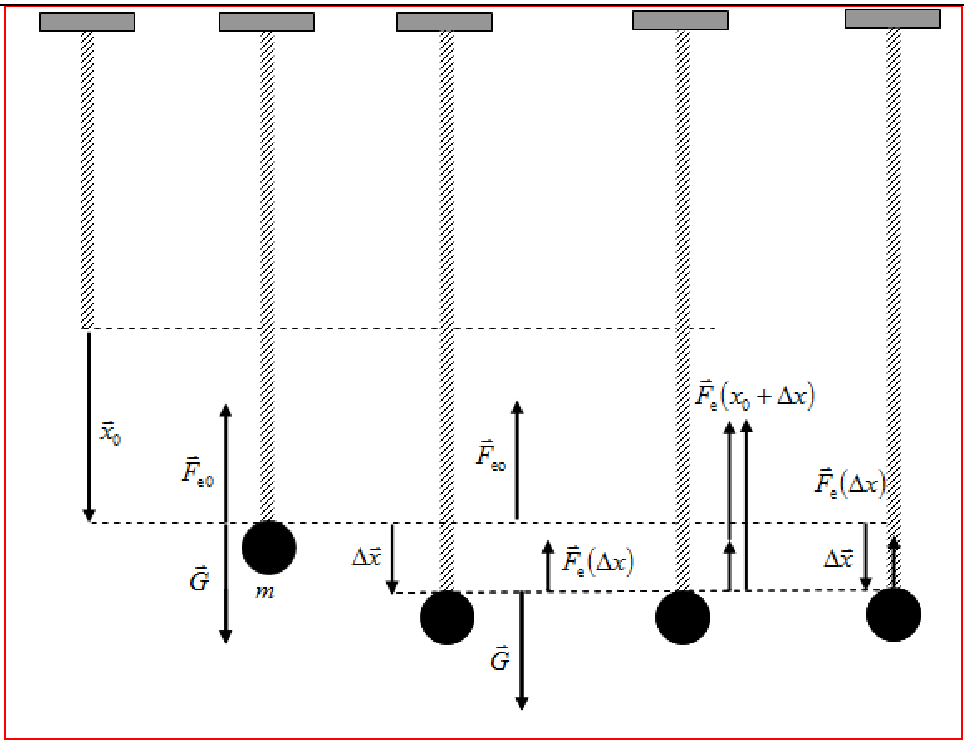
1. Fiecare dintre problemele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unei probleme, elevul are dreptul să rezolve cerinţele în orice ordine.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare problemă se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

Problema 1	**Parțial**	**Punctaj**
a)		**10p**
$(M+m)g = ky$	0,5p	**3,5p**
Desprinderea corpului de masă m are loc în momentul în care forța de interacțiune dintre platan și corp este nulă $\begin{cases} ma = N - mg \\ Ma = F_e - N - Mg \\ N = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -g \\ F_e = 0 \end{cases}$	1,5p	
$\frac{1}{2}k(y+D)^2 = (m+M)g(y+D) + \frac{(m+M)v^2}{2}$	1p	
Rezultat final: $D = \frac{g(M+m)}{k}$	0,5p	
b)		**5,5p**
$Mg = ky_0$	0,5p	
Viteza bilei imediat înainte de ciocnire $v = \sqrt{2g(H+\ell_0+y_0)}$	0,5p	
Viteza ansamblului după ciocnirea plastică $v_1 = \frac{m}{m+M}\sqrt{2g(H+\ell_0+y_0)}$	1p	
$(M+m)g = ky_1$	0,5p	
$\frac{(M+m)v_1^2}{2} + \frac{ky_0^2}{2} + (M+m)g(A+y_1-y_0) = \frac{k(A+y_1)^2}{2}$	2p	
Rezultat final: $A = \frac{mg}{k}\sqrt{1+\frac{2M}{M+m}+\frac{2k(H+\ell_0)}{g(M+m)}}$	1p	
Oficiu		**1p**

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

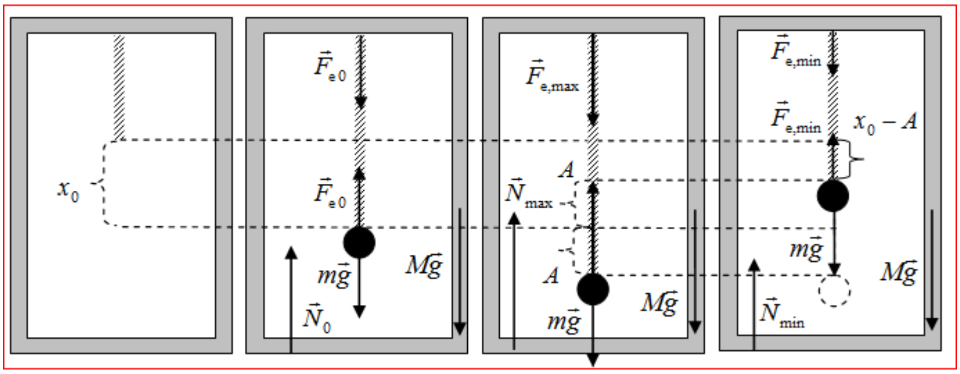
Problema 2	**Parţial**	**Punctaj**
Barem		**10**
A. a)	**3 p**	
Corespunzător poziției de echilibru, când corpul este suspendat de resort: $\vec{F}_e(x_0)+\vec{G}=0;$ $F_{e0}=F_e(x_0)=mg,$ unde x_0 este alungirea resortului, în acord cu notațiile din figura alăturată, rezultă: $F_e(x_0)=6\cdot 10^{-2}\ \text{kg}\cdot 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}=0{,}6\ \text{N};$ $x_0=7{,}5\ \text{cm}.$ 	1p	
După îndepărtarea corpului, față de poziția de echilibru, pe o distanță foarte mică, Δx, așa cum indică secvențele din figura alăturată, forța rezultantă, care determină oscilațiile corpului, este: $\vec{F}=\vec{F}_e(x_0)+\vec{G}+\vec{F}_e(\Delta x)=\vec{F}_e(\Delta x),$ a cărei orientare este opusă elongației $\Delta\vec{x}$.	1 p	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

<table>
<tr><td>
</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Ne vom interesa acum de expresia modulului acestei forțe:
$$F_e(\Delta x) = F_e(x_0+\Delta x) - mg = F_e(x_0+\Delta x) - F_e(x_0).$$
Pentru valori mici ale lui Δx, se știe că:
$$\frac{F_e(x_0+\Delta x) - F_e(x_0)}{\Delta x} = \frac{\Delta F_e}{\Delta x} = \tan\theta;$$
$$F_e(x_0+\Delta x) - F_e(x_0) = \tan\theta \cdot \Delta x;$$
$$\tan\theta = k = \text{constant};$$
$$F_e(\Delta x) = k\Delta x;\ \vec{F}_e(\Delta x) = -k\Delta\vec{x},$$
ceea ce dovedește că oscilațiile mici ale corpului suspendat de resort sunt oscilații armonice.</td><td>0,50 p</td><td></td></tr>
<tr><td>În aceste condiții, rezultă:
$$k = \tan\theta = \frac{0{,}2\ \text{N}}{0{,}01\,\text{m}} = \frac{1{,}1\ \text{N}}{0{,}055\,\text{m}} = 20\,\frac{\text{N}}{\text{m}};$$
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\cdot 3{,}14\sqrt{\frac{6\cdot 10^{-2}}{20}}\ \text{s} \approx 0{,}34\,\text{s}.$$</td><td>0,50 p</td><td></td></tr>
</table>

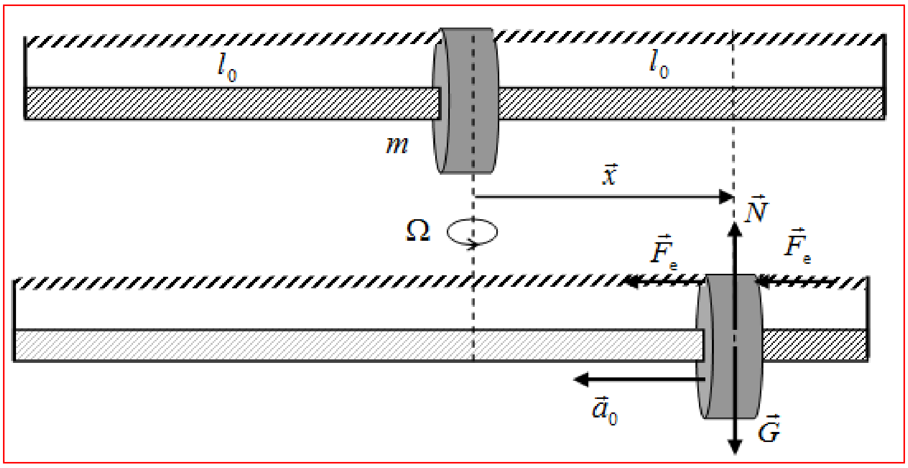
1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

<table>
<tr><td></td><td>Parţial</td><td>Punctaj</td></tr>
<tr><td>B. b)</td><td>2 p</td><td></td></tr>
<tr><td>În acord cu detaliile prezentate în secvențele din figura alăturată, rezultă:



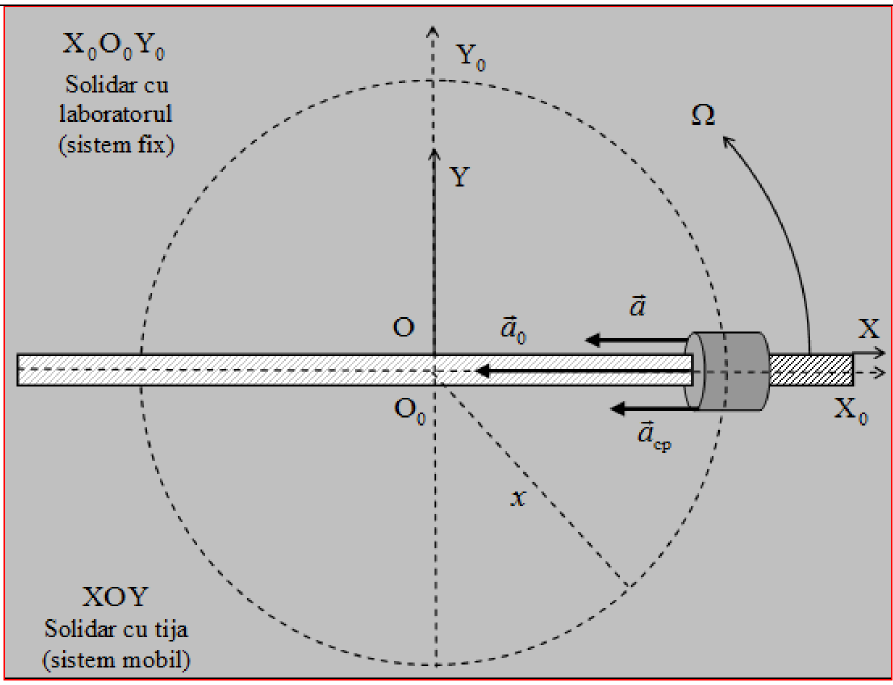
$kx_0 = mg;\ N_0 = (M+m)g,$
unde N_0 este reacția suportului asupra cutiei, atunci când bila suspendată de resort trece prin poziția de echilibru;
$N_{max} = Mg + F_{e,max} = Mg + k(x_0 + A),$
unde N_{max} este reacția suportului asupra cutiei, atunci când bila suspendată de resort se află în poziția extremă inferioară;
$N_{min} = Mg + F_{e,min} = Mg + k(x_0 - A),$
unde N_{min} este reacția suportului asupra cutiei, atunci când bila suspendată de resort se află în poziția extremă inferioară.</td><td>1,5 p</td><td></td></tr>
<tr><td>Rezultă:
$N_{min} = 0;\ \ 0 = Mg + k(x_0 - A);$
$Mg + kx_0 - kA = 0;\ kx_0 = mg;$
$Mg + mg - kA = 0;$
$A = \frac{(M+m)g}{k};\ \ T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}};\ \ k = \frac{4\pi^2 m}{T^2};$
$A = \frac{(M+m)gT^2}{4\pi^2 m}.$</td><td>0,50 p</td><td></td></tr>
</table>

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

	Parţial	Punctaj
C. c)	**4 p**	
1) Când tija pe care se află mufa se rotește uniform, cu viteza unghiulară $\vec{\Omega}$, iar mufa efectuează oscilații de-a lungul tijei, în raport cu poziția de echilibru, înseamnează că, în orice moment, mișcarea mufei, în raport cu laboratorul, este rezultatul compunerii unei mișcări osciatorii cu o mișcare circulară uniformă. Această mișcare este efectul rezultantei tuturor forțelor care acționează asupra mufei, orientarea acesteia fiind pe direcția tijei, spre poziția de echilibru a mufei, imprimându-i mufei accelerația absolută $\vec{a}_0$, orientată spre axul de rotație, așa cum indică desenul din figura alăturată.	0,25 p	
 În acord cu principiul fundamental al dinamcii, rezultă: $$2\vec{F}_e = m\vec{a}_0 = -2k\vec{x};\ \ F_e = kx,$$ unde x este distanța instantanee de la mufă la axul de rotație (alungirea și respectiv contracția fiecărui resort, adică elongația); $$ma_0 = 2kx.$$ Simultaneitatea celor două mișcări ale mufei, evidențiată în desenul din figura alăturată, presupune că rezultanta forțelor care acționează asupra mufei trebuie să asigure atât accelerația corespunzătoare mișcării oscilatorii armonice, $\vec{a}$, cât și accelerația corespunzătoare mișcării circulare uniforme, $\vec{a}_{cp}$, astfel încât:	0,75 p	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

<table>
<tr>
<td>



$$a_0 = a + a_{cp};\ a_{cp} = \Omega^2 x,$$
$$a_0 = a + a_{cp} = a + \Omega^2 x;$$
$$ma_0 = 2kx;$$
$$m\left(a + \Omega^2 x\right) = 2kx;$$
$$a + \Omega^2 x = \frac{2k}{m}x;$$
$$a = \left(\frac{2k}{m} - \Omega^2\right)x;\ a = \omega^2 x;$$
$$\left(\frac{2k}{m} - \Omega^2\right)x = \omega^2 x;\ \frac{2k}{m} - \Omega^2 = \omega^2;$$
$$\omega^2 = \frac{2k}{m} - \Omega^2 = \frac{4\pi^2}{T^2};$$
$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{2k}{m} - \Omega^2}} = 0{,}7\,\text{s}.$$

</td>
<td>1,5 p</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>

2) Dacă cele două resorturi sunt deformate inițial prin comprimare, așa cum indică secvențele din figura alăturată, rezultă:

$$l_1 = l_0 - x_0 + x = l_0 + \left(x - x_0\right);$$
$$\left(\Delta l\right)_1 = l_1 - l_0 > 0;\ \left(\Delta l\right)_1 = x - x_0 > 0,$$

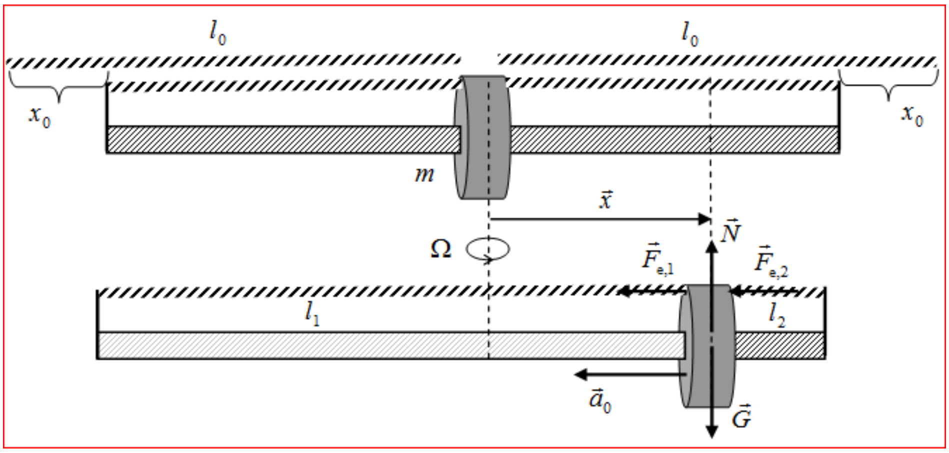
ceea ce presupune că resortul 1 este deformat prin întindere;

$$l_2 = l_0 - x_0 - x = l_0 - \left(x + x_0\right);$$
$$\left(\Delta l\right)_2 = l_2 - l_0 < 0;\ \left(\Delta l\right)_2 = -\left(x + x_0\right) < 0,$$

ceea ce presupune că resortul 2 este deformat prin comprimare.

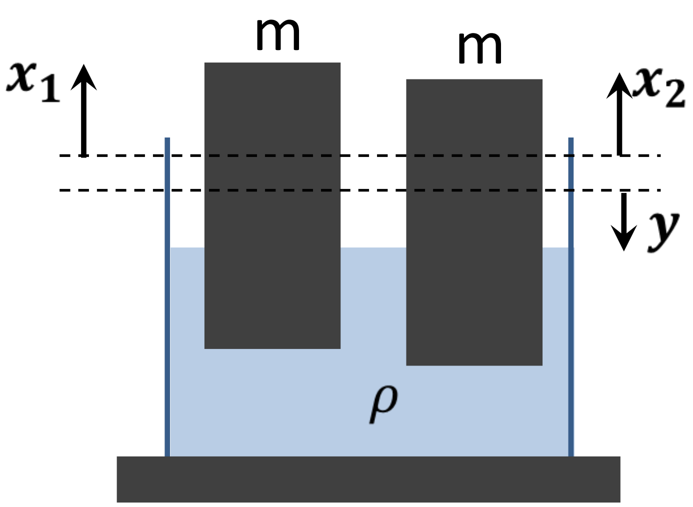
</td>
<td>0,50 p</td>
<td></td>
</tr>
</table>

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

		
În aceste condiții, orientările celor două forțe elastice sunt identice, așa cum indică desenul din figura alăturată, astfel încât rezultanta lor este: $\vec{F}_e = \vec{F}_{e,1} + \vec{F}_{e,2};$ $F_e = k(x - x_0) + k(x + x_0) = 2kx,$ aceeași ca și în cazul anterior, când inițial cele două resorturi erau nedeformate. Se demonstrează asemănător că și în cazul când cele două resorturi identice sunt deformate inițial prin întindere, rezultanta celor două forțe elastice este aceeași. Concluzie: perioada oscilațiilor mufei când inițial cele două resorturi identice sunt deformate prin comprimare/întindere, este: $T = \dfrac{2\pi}{\sqrt{\dfrac{2k}{m} - \Omega^2}} = 0{,}7\,\text{s}.$	0,25 p	
3) Pentru valori ale lui Ω din ce în ce mai mari, dar $\Omega < \sqrt{2k/m}$, perioada oscilațiilor armonice ale mufei, T, are valori din ce în ce mai mari. Există o valoare maximă a lui Ω, pentru care perioada oscilațiilor mufei devine, $T \to \infty$, ceea ce înseamnă că atunci oscilațiile mufei încetează. Aceasta se întâmplă dacă: $\dfrac{2k}{m} - \Omega^2 = 0;\ \Omega = \sqrt{\dfrac{2k}{m}} = 10\,\text{rad/s}.$ Concluzie: oscilațiile mufei de-a lungul tijei încetează dacă viteza unghiulară a rotației tijei este: $\Omega \geq \sqrt{\dfrac{2k}{m}};\ \ \Omega \geq 10\,\text{rad/s}.$	0,75 p	
Oficiu		**1 p**

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

1. Barem Problema 3		**10p**
		3p



a.

Dacă h_{1e} și h_{2e} sunt porțiunile din înălțimea flotoarelor aflate sub apă la echilibru, atunci:

$$mg = \rho gsh_{1e} = \rho gsh_{2e}. \qquad (1)$$

Considerând o axă verticală Ox, cu originea la suprafața apei la echilibru și sensul pozitiv îndreptat pe verticală în sus, atunci, la un moment t oarecare, dacă x_1 și x_2 sunt deplasările pozitive (în sus) ale flotoarelor, conservarea volumului de apă dă coborârea (y) a nivelului liber al apei din vas:

$$sx_1 + sx_2 = -y(S-2s), \qquad (2)$$

1p

unde $y<0$.

Dacă la momentul t flotoarele sunt imersate cu h_1, respectiv h_2, unde

$$h_1 = h_{1e} - x_1 + y = h_{1e} - \frac{1}{S-2s}\left[(S-s)x_1 + sx_2\right], \qquad (3)_1$$

respectiv

1p

$$h_2 = h_{2e} - x_2 + y = h_{2e} - \frac{1}{S-2s}\left[sx_1 + (S-s)x_2\right], \qquad (3)_2$$

atunci ecuațiile de mișcare ale celor două flotoare se scriu:

$ma_1 = \rho gsh_1 - mg$

și

$ma_2 = \rho gsh_2 - mg$,

adică, ținând cont de (1) - (3)

$$ma_1 = -\frac{\rho gs}{S-2s}\left[(S-s)x_1 + sx_2\right], \qquad (4)_1$$

1p

$$ma_2 = -\frac{\rho gs}{S-2s}\left[sx_1 + (S-s)x_2\right]. \qquad (4)_2$$

b. Din (4) se observă că mişcările flotoarelor sunt oscilatorii, dar că ele sunt cuplate. Pentru a afla pulsațiile modurilor normale de oscilație se presupune că soluțiile ecuațiilor de mişcare sunt: $x_1 = A_1 \sin \omega t$, (5)₁ respectiv $x_2 = A_2 \sin \omega t$, (5)₂	1p	**3p**
Înlocuind (5) în (4) se obține sistemul de ecuații algebrice $\begin{cases} \left(m\omega^2 - \rho g s \frac{S-s}{S-2s}\right) x_1 - \rho g s \frac{s}{S-2s} x_2 = 0 \\ -\rho g s \frac{s}{S-2s} x_1 + \left(m\omega^2 - \rho g s \frac{S-s}{S-2s}\right) x_2 = 0 \end{cases}$ (6)	1p	
Eliminând una dintre variabile și punând condiția ca ele să fie nenule, se obține condiția $\left(m\omega^2 - \rho g s \frac{S-s}{S-2s}\right)^2 - \left(\rho g s \frac{s}{S-2s}\right)^2 = 0$, ale cărei soluții sunt: $\begin{cases} \omega_1 = \sqrt{\frac{\rho g s}{m}} \\ \omega_2 = \sqrt{\frac{\rho g s}{m} \frac{S}{S-2s}} \end{cases}$. (7)	0,5p	
Introducând ω_1 din (7) în prima ecuație (6), rezultă $x_1 = -x_2$, adică oscilațiile flotoarelor sunt antisimetrice. Procedând la fel și pentru ω_2, se găsește că $x_1 = x_2$, adică oscilațiile flotoarelor sunt simetrice în acest caz.	0,5p	
c. Din (7) se observă că $\omega_2 = \frac{\omega_1}{\sqrt{1 - 2\frac{s}{S}}}$, *Varianta 1.* Cele două flotoare vor avea un singur mod de oscilație dacă $s \ll S$ (vasul este foarte larg în comparație cu aria secțiunii transversale a flotoarelor). *Varianta 2.* Condiția ca ω_1 sau ω_2 să tindă la infinit. Singura variantă posibilă este ω_2 să tindă la infinit, adică S=2s. Observaţie! Se va acorda punctaj integral pentru oricare din cele două variante abordate în rezolvare.	1p	**1p**
d. Din (2) se obține că: $y = -\frac{s}{S-2s}(x_1 + x_2)$.	0,5p	**2p**
Adunând ecuațiile (4) membru cu membru, rezultă: $m(a_1 + a_2) = -\frac{\rho g S}{S-2s}(x_1 + x_2)$, a cărei soluție este $x_1 + x_2 = A\sin(\omega_2 t + \varphi)$	0,5p	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Amplitudinea A și faza inițială φ se obțin din condițiile inițiale pentru deplasări și viteze: $\begin{cases} x_{10} + x_{20} = A\sin\varphi \\ 0 = \omega_1 A\cos\varphi \end{cases}$, adică $\begin{cases} \varphi = \dfrac{\pi}{2} \\ A = x_{10} + x_{20} \end{cases}$.	0,25p 0,25p	
Prin urmare $x_1 + x_2 = (x_{10} + x_{20})\cos(\omega_2 t)$ adică $y(t) = -\dfrac{s}{S-2s}(x_{10} + x_{20})\cos\sqrt{\dfrac{\rho g s}{m}\dfrac{S}{S-2s}}\cdot t$	0,5p	
Oficiu		**1p**

Soluţii propuse de
***Prof. Florina Bărbulescu** CNEE, Bucureşti*
Prof. dr. Mihail Sandu, Călimăneşti
***Prof. Ion Toma**, C.N. Mihai Viteazul Bucuresti*

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.